...p.o di propag. del B. Cajetano in Bologna



LE OPERAZIONI
DEL COMPASSO
GEOMETRICO, E MILITARE.

D I

G A L I L E O
G A L I L E I

NOBIL FIORENTINO

Lettore delle Matematiche nello Studio di Padova.

C O N L E

ANNOTAZIONI

D I

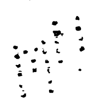
M A T T I A
BERNAGGIERI.



IN MILANO, MDCCXLI.

Nelle Stampe di Francesco Agnelli.

Con licenza de' Superiori.



PRIMA DIVISIONE DELLA LINEA,

OPERAZIONE I.



VEnendo alla dichiarazione particolare delle operazioni di questo nuovo Compasso Geometrico, e Militare, primamente faremo principio da quella faccia di esso, nella quale sono notate quattro coppie di linee con loro divisioni, e numeri, e tra esse parleremo prima delle più interiori denominate Linee Aritmetiche, per esser le loro divisioni fatte in proporzione Aritmetica, cioè con eguali eccessi, che procedono sino al numero 250, dalle quali trarremo diversi usi, e primamente.

Col mezzo di queste Linee potremo dividere una linea retta propostaci in quante parti eguali ne piacerà, operando in alcuno delli infrascritti modi.

Quando la proposta Linea sia di mediocre grandezza, sì che non ecceda l'apertura dello Strumento, piglieremo con un Compasso ordinario l'intera quantità di quella, e questo spazio applicheremo traversalmente aprendo lo Strumento a qualunque numero di esse Linee Aritmetiche, pur che sia tale, che sopra le medesime Linee ve ne sia un minore, e da quello contenuto tante volte, quante sono le parti, in che si hà da dividere la Linea proposta, ed aggiustato in tal guisa lo Strumento, e preso lo spazio traversale trà i punti di questo minor numero, questo senz'alcun dubbio dividerà la proposta linea nelle parti ordinateci: come per esempio.

Dovendo noi dividere la linea data in cinque parti eguali, pigliamo due numeri de' quali il maggiore sia quintuplo dell' altro, come sariano 100, e 20, ed aperto lo Stromento aggiustiamolo in maniera, che la distanza già presa col Compasso si adatti traversal-

mente alli punti segnati 100. 100, e non movendo più lo Strumento prendasi la distanza pur traversale trà li punti delle medesime linee segnati 20. 20, perche indubitatamente questa sarà la quinta parte della linea proposta; e con simile ordine troveremo ogn'altra divisione, avvertendo di prendere numeri grandi, purche non si passi 250, perche così facendo l'operazione riuscirà più facile, ed esatta.

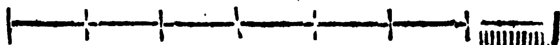
L'istesso potremo conseguire operando in un' altro modo, e l'ordine sarà tale. Volendo dividere per esempio la sottoposta linea *A B* v. g. in 11 parti, prenderò un numero multiplice dell' altro undici volte, come saria 110, e 10, e presa col Compasso tutta la linea *A B*, l'accomoderò traversalmente aprendo lo Strumento alli punti 110, dipoi non si potendo sopra le medesime linee prendere la distanza trà li punti 10, li quali vengono occupati dalla grandezza della nocella, in vece di questa si piglierà l'intervallo trà li punti 100. 100, stringendo un poco il Compasso; del quale fermata poi un' asta nel punto *B*, noterò con l'altra il segno *C*, onde la rimanente linea *A C* sarà la undecima parte di tutta la *A B*. Similmente fermata l'asta del Compasso in *A*, segnerò verso l'altra estremità il punto *E*, lasciando la *E B* eguale alla *C A*. Dipoi stringendo ancora un poco il Compasso, prenderò l'intervallo traversale trà li punti 90. 90, e questo trasporterò da *B* in *D*, e dall' *A* in *F*, ed averò due linee *C D*. *F E* undecime parti ancor' esse della intiera. E col medesimo ordine transferendo di quà, e di là le distanze prese trà li punti 80. 80. 70. 70; &c. troveremo le altre divisioni: come nella sottoposta linea distintamente si vede.



Mà quando ci fosse proposta una piccolissima linea da dividersi in molte parti; come sarebbe per esempio la seguente linea *A B*, per dividerla v. g. in 13 parti, potremo secondo quest' altra regola procedere.

Pro-

Prolunghisi occultamente essa linea *A B* sino in *C*, e misurate in essa altre linee, quante ci piaceranno eguali alla *A B*, e siano nel presente esempio altre sei; sicchè *A C* sia settupla di essa *AB*; è manifesto, che di quelle parti, delle quali la *A B* contiene 13, tutta la *A C* ne conterrà 91, onde presa con un Compasso tutta la *A C* l'applicheremo traversalmente aprendo lo Strumento alli punti 91. 91, e stringendo poi il Compasso a un punto meno, cioè a li punti 90.



C B A

90, trasporteremo questa distanza dal punto *C* verso *A*, perchè notando il termine verso *A*, si lascierà la ottantunesima parte di tutta la *C A*, che è la tredicesima della *B A*, fuori pur verso il termine *A*, e così se ci piacerà verremo stringendo di punto in punto il Compasso alli 89. 88. 87, &c., e trasporteremo questi intervalli dal termine *C*, verso *A*, e si verranno di grado in grado ritrovando, e notando le altre particelle della linea proposta A B.

Ma se finalmente la linea da dividersi fusse lunghissima, sicchè eccedesse di molto la maggiore apertura dello Strumento, potremo in ogni modo prendere di essa la parte assegnataci, la quale sia per esempio la settima. Ora per trovarla, avendoci prima immaginati due numeri l'uno settuplo dell'altro quali siano v. g. 140, e 20, costituiscasi lo Strumento in qualsivoglia apertura, e da esso presa con un Compasso la distanza traversale trà li punti 140. 140, veggasi quante volte questa è compresa nella gran linea proposta, e quante volte vi è contenuta, tante volte l'intervallo traversale trà li punti 20. 20 si replichi sopra la gran linea, e si averà la sua settima parte; quando però l'intervallo, che si prese trà li punti 140, avesse misurato precisamente la data linea; mà se non l'avesse misurata a punto bisogneria prendere dell'avanzo la settima part, secondo il modo di sopra dichiarato, e questa aggiugnere a quell'intervallo, che fù sopra la gran

 linea

linea più volte replicato, e si averà la settima parte a capello, secondo che si desiderava.

Come di una Linea proposta possiamo prendere qualunque parti ci verranno ordinate. Oper. II.

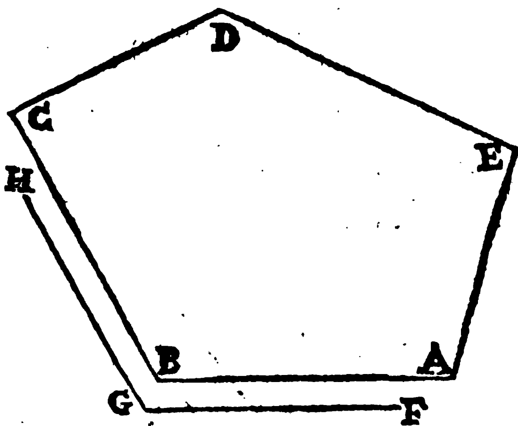
LA presente operazione è tanto più utile, e necessaria, quanto che senza l'ajuto del nostro Strumento saria difficilissimo trovar tali divisioni, le quali però con lo Strumento in uno istante si conseguiranno. Quando dunque ci bisognasse d'una linea proposta prendere qualunque parti ci venissero ordinate, come per esempio delle 197 parti doviamo prendere le 113. Pigliasi senz' altro con un Compasso la lunghezza della data linea, ed aperto lo Strumento, sin che tale lunghezza si accomodi traversalmente alli punti segnati 197, e più non lo movendo prendasi con l'istesso Compasso la distanza trà li punti 113. 113, che tanto senz'alcun dubbio sarà la porzione della linea proposta, che alli centotredici centonovantasettesimi si agguaglia.

Come le medesime Linee ci prestano due, anzi infinite scale per trasportar una pianta in un' altra maggiore, ò minore secondo il nostro arbitrio. Oper. III.

E' Manifesto, che qualunque volta ci bisognasse cavare da un dissegno un' altro maggiore, ò minore, secondo qualsivoglia proporzione, fà di mestiero, che ci serviamo di due scale esattamente divise, l'una delle quali ci serva per misurare il dissegno già fatto, e l'altra per notare le linee del dissegno da farsi tutte proporzionate alle loro corrispondenti del dissegno proposte, e tali due scale avremo sempre dalle linee, delle quali ora parliamo, ed una d'esse sarà la linea già sopra lo Strumento dirittamente divisa, e ch' ha il suo principio nel centro dello Strumento, e questa, che è una scala stabile, ci servirà per misurare i lati della proposta Pianta, l'altra, che sarà per dissegnare la nuova Pianta, deve esser mobile, cioè deve potersi crescere, e diminuire ad arbitrio nostro secondo, che la nuova Pianta dovrà esser ò maggiore, ò minore, e tale sca la mu

tabile

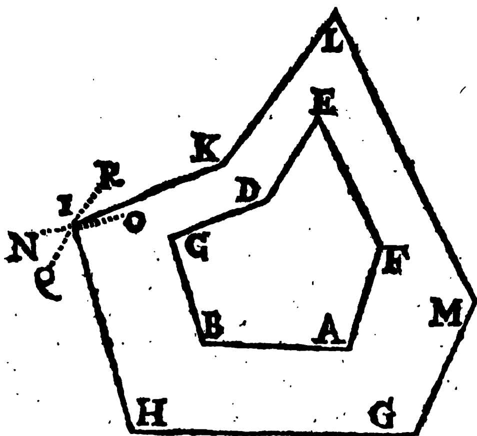
tabile sarà quella, che dalle medesime linee avremo traversalmente stringendo, ò allargando il nostro Strumento. Ma per più chiara intelligenza del modo d'applicare all' uso tali linee, ne metteremo un esempio. Siaci dunque proposta la Pianta *ABCDE*, alla quale se ne deve dissegnare un' altra simile, ma sopra la linea *FG*, la quale sia omologa, cioè risponda alla linea *AB*. Quì è manifesto, che bisogna servirsi di due scale, l'una



per misurar le linee della Pianta *ABCDE*, e l'altra con la quale si misurino le linee della Pianta da farsi, e questa deve esser dell' altra maggiore, ò minore, secondo la proporzione della linea *FG* alla *AB*. Piglia dunque con un Compasso la linea *A*, la quale applica rettamente sopra la scala dello Strumento, ponendo un' asta del Compasso nel centro dello Strumento, e l'altra sopra il punto, dove cascherà, che sia per esempio al 60; dipoi prendi pur col Compasso la linea *FG*, e posta una delle sue aste nel punto 60, apri lo Strumento fintanto, che l'altr' asta caschi giusto traversalmente sopra l'altro corrispondente punto 60, nè più si muterà tale constituzione dello Strumento, ma tutti gli altri lati della Pianta proposta si misureranno sopra la scala retta, ed immediatamente si prenderanno le

 distan-

distanze corrispondenti ad essi traversalmente per li lati della nuova Pianta, come verbi grazia, vogliamo ritrovare la lunghezza della linea *GH.* rispondente alla *BC*: prendi col Compasso la distanza *BC*, e questa applica dal centro dello Strumento rettamente sopra la scala, e fermata l'altr' asta nel punto, dove casca, quale sia per esempio *66*, volta l'altr' asta all' altro punto *66* traversalmente rispondente, secondo la cui misura taglierai la linea *GH*, che risponderà alla *BC* in quell' istessa proporzione, che la linea *FG* alla *AB*. Ed avvertiscasi, che quando si volesse trasportare una Pianta piccola in un' altra assai maggiore, bisognerà servirsi delle due scale con ordine opposto, cioè usare la scala retta per la Pianta da farsi, e la traversale per misurar le linee della Pianta proposta, come per esempio. Abbiamo la Pianta *ABCDEF*, la quale vogliamo trasportare in un' altra assai maggiore, cioè sopra la linea *GH*, che sia rispondente alla linea *AB*. Per



aggiustar le scale prendasi la linea *GH*, e veggasi quanti punti contiene nella scala retta, e veduto contenerne v. g. *60*, prendasi la sua rispondente *AB*, ed adattisi traversalmente alli punti *60. 60*, ne più si muova lo Strumento; per trovar poi la linea *HI*, rispondente

dente alla *BC*, piglia col Compasso essa *BC*, e và investigando a quali punti si accomodi sopra la scala traversale, e trovato accomodarsi per esempio alli punti 46, piglia immediatamente l'intervallo de' punti 46 sopra la scala retta, e troverai la lunghezza della linea *HI* rispondente alla *BC*. E notisi tanto per questa, quanto per la precedente operazione, che non basta aver trovata la lunghezza *HI*, se non si trova ancora a qual punto si deve dirizzare, acciocchè costituisca l'angolo *H* eguale all'angolo *B*. Però trovata che si avrà essa linea *HI*, fermata un'asta del Compasso nel punto *H*, si noterà con l'altra occultamente una porzione di arco secondo, che mostra la linea puntata *OIN*: dipoi si piglierà l'intervallo trà 'l punto *A*, e 'l punto *C*, e si cercherà quanti punti sia sopra la scala traversale, e trovato essere v. g. 89, si prenderà rettamente la distanza 89 col Compasso, del quale fermata un'asta in *G*, si noterà con l'altra l'intersecazione dell' arco *RIQ*, con l'arco primo *OIN*, fatta nel punto *I*, al quale si deve dirizzare la linea *HI*, e sarà senza dubbio l'angolo *H* eguale all' angolo *B*, e la linea *HI* proporzionale alla *BC*, e con tale ordine si troveranno gli altri punti *KLM* rispondenti all' angolo *DEF*.

Regola del Trè risoluta col mezzo del Compasso, e delle medesime Linee Aritmetiche. *Oper. IV.*

SErvonci le presenti linee, non tanto per la resoluzione di diversi problemi lineari, quanto per alcune regole di Aritmetica, trà le quali porremo questa, che risponde a quella, nella quale Euclide c'insegna, proposti trè numeri trovare il quarto proporzionale; perchè altro non è la regola Aurea, che del trè domandano i prattici, che trovare il quarto numero proporzionale alli trè proposti. Dimostrando adunque il tutto con l'esempio per più chiara intelligenza diciamo.

Se 80? ci da 120 che ci darà 100. Hai dunque trè numeri posti in quest' ordine 80. 120. 100? e per trovare il quarto numero, che cerchiamo, prendi sopra lo Strumento rettamente il secondo numero de' proposti, cioè 120, ed applicalo tras-

trasversalmente al primo, cioè all' 80, dipoi prendi transversalmente il terzo numero, cioè 100, e misuralo rettamente sopra la scala, e quello che troverai, cioè 150, sarà il quarto numero cercato; e nota, che l'istesso avverria, se in vece di prendere il secondo numero pigliassi il terzo, e poi in vece del terzo pigliassi il secondo, cioè, che l'istesso ci darà, il secondo numero preso rettamente, ed applicato al primo trasversalmente, pigliando dipoi il terzo transversalmente, e misurandolo rettamente, che ci daria il terzo rettamente preso, e trasversalmeute al primo applicato, pigliando poi il secondo trasversalmente, e rettamente misurandolo, che nell' uno, é nell' altro modo troveremo 150; e ciò è bene aver avvertito, perchè secondo le diverse occasioni, questo di quello, ò quello di questo modo di operare ci tornerà più accommodato.

Possono circa l'operazione di questa Regola del trè occorrere alcuni casi, li quali potriano partorir qualche difficoltà, se non si avvertissero, dimostrando appresso, come in essi si deva procedere; E prima potria alcuna volta occorrere, che delli trè numeri proposti, nè il secondo, nè il terzo preso rettamente si potesse applicare trasversalmente al primo, come se si dicesse, 25 mi dà 60, che darà 75? Dove tanto il 60, quanto il 75, passa il doppio del primo, cioè di 25, sicchè nè l'uno, nè l'altro di essi si può rettamente presso applicare trasversalmente ad esso 25; onde per conseguire l'intento nostro pigliaremo ò il secondo, ò il terzo rettamente, e l'applicheremo al doppio del primo trasversalmente, cioè a 50 (e quando non bastasse al doppio, l'applicheremo al triplo, al quadruplo, &c.) dipoi pigliando l'altro trasversalmente, affermeremo, che quello, che ci mostrerà misurato rettamente, sarà la metà (ovvero la terza, ò quarta parte) di quello, che cerchiamo. E così nel proposto esempio 60 preso rettamente applicato al doppio di 25, cioè a 50 trasversalmente, e subito preso il 75 pur trasversalmente, e questo misurato rettamente trovaremo, che ci darà 90; il cui doppio, cioè 180 è il quarto numero che si cercava.

Potria in oltre occorrere, che se il secondo, ò il terzo de' numeri proposti non si potesse applicare al primo,

mo,

mo, per esser' esso primo troppo grande, sicchè eccedesse il numero segnato sopra le linee, cioè 250, come se dicessimo 280 mi da 130; che mi darà 195? In tal caso preso rettamente il 130 si butterà trasversalmente alla metà di 280, che è 140, dipoi si prenderà trasversalmente la metà del terzo numero, cioe di 195, che è 97, e mezzo, e questo spazio misurato rettamente ci darà 90, e mezzo, che è quello che si cercava.

Un' altra cautela sarà bene, che ponghiamo per servirsene quando il secondo, ò terzo delli numeri proposti fosse molto grande, essendo gli altri due mediocri, come quando si dicesse, se 60 mi da 390: che mi darà 45? Preso dunque 45 rettamente, si applicherà trasversalmente al 60, e non si potendo pigliare il 390 intero lo piglieremo in pezzi, secondo che più ci piacerà, come v. g. piglierò 90 trasversalmente il quale misurato rettamente mi darà 67, e mezzo, il che noterò da parte; piglierò poi trasversalmente 100, che misurato rettamente mi darà 75; e perchè nel 390 vi è una volta 90, e tre volte 100, prenderò trè volte il 75, trovato, e di più 67, e mezzo, che fù trovato in virtù del 90, e tutta questa somma fà 292, e mezzo, per il quarto numero, che si cerca.

Ultimamente non resteremo di dire, come si possa operare la medesima regola in numeri picciolissimi, benchè nello Strumento non si siano potuti notare i punti dal 15, in giù, mediante la nocella, che unisce, e collega le aste dello Strumento. Ma in questa occasione ci serviremo delle decine de' punti, come se fossero unite, sicchè dicendo per esempio se 10 dà 7: che darà 13? Non potendo pigliar 7 per buttarlo a 10 piglieremo 70, cioè 7 decine, e lo buttaremo a 10 decine, cioè a 100, e subito pigliando 13, decine torneremo a misurar questa distanza rettamente, e la troveremo contenere punti 91, che sono 9, ed un decimo facendo come si è detto, che ogni decina vaglia uno. E da tutti questi avvertimenti, quando si averanno bene in prattica, si potrà facilmente investigare la soluzione di tutte le difficoltà, che ci potessero in ogni caso occorrere.

Regola del Trè inversa risoluta col mezzo delle medesime linee. Oper. V.

COn non dissimile operazione si risolveranno i quesiti della regola del trè inversa; eccone un'esempio. Quella vittovaglia, che basteria per mantener 90? giorni 100 Soldati, a quanti basteria giorni 75. Questi numeri disposti alla regola stariano in quest' ordine.
60. 100. 75?

E l'operazione dello Strumento richiede, che pigli rettamente il primo numero, cioè 60, e l'applichi trasversalmente al numero terzo, cioè 75, e non movendo lo Strumento piglia trasversalmente il 100, che è il secondo: e misuralo rettamente, e troverai 80, qual'è il numero cercato, dove si deve parimente avvertire, che il medesimo ritroveremo applicando il secondo rettamente al terzo trasversalmente, e poi misurando rettamente il primo trasversalmente preso. Devesi oltre a ciò notare, che tutti gli avvertimenti posti sopra circa la regola del trè si devono ancora in questa per l'appunto osservare.

Regola per trasmutar le monete. Oper. VI.

COl mezzo di queste medesime linee Aritmetiche possiamo trasmutar ogni spezie di moneta l'una nell' altra con maniera molto facile, e spedita, il che si conseguirà con l'aggiustar prima lo Strumento, pigliando rettamente il prezzo della moneta, che vogliamo trasmutare, ed accomodandola trasversalmente al prezzo di quella, in cui si hà da fare la trasmuttazione; come, acciò più distintamente il tutto s'intenda, dichiararemo con un' esempio: vogliamo v. g. trasmutare scudi d'oro in ducati Veneziani, e perchè il prezzo, ò valuta del scudo d'oro è lire 8, e la valuta del ducato lire 6, soldi 4, è necessario (poichè il ducato non è misurato precisamente dalle lire, entrandovi soldi quattro) risolvere l'una, e l'altra moneta, e valutarla con li soldi considerando, come il prezzo dello scudo è soldi 160, e quello del ducato 124 Per aggiustar' dunque lo Strumento alla trasmutazione di

scudi

scudi d'oro in ducati, piglia rettamente la valuta dello scudo, cioè 160, ed applicala, aprendo lo Strumento, trasversalmente al valore del ducato, cioè a 124, nè più moverai lo Strumento. Dipoi qualunque somma di scudi proposta trasmutarai in ducati, pigliando la detta somma trasversalmente, e misurandola rettamente, come per esempio, vogliamo sapere quanti ducati faccino 186 scudi, piglia 186 per traverso, e misuralo rettamente, e troverai 240, e tanti ducati faranno li detti scudi.

Regola degl' interessi sopra interessi, che altrimenti si dice de' meriti a capo d'Anno.
Oper. VII.

ASsai speditamente potremo risolvere le questioni di questa regola con l'ajuto delle medesime linee Aritmetiche; e ciò con due diverse maniere di operare, come con due seguenti esempj faremo chiaro, e manifesto. Cercasi quanto siano per guadagnare 140 scudi in 5 Anni a ragione di 6 per 100. l'Anno, lasciando gl'interessi sopra il capitale, e sopra gli altri interessi, acciocchè continuamente guadagnino. Per trovar dunque quanto cerchiamo, piglia rettamente il primo capitale, cioè 140, e questo butta trasversalmente al 100, e senza mover lo Strumento, piglia subito trasversalmente la distanza trà li punti 106, che è il 100. con l'interesse: e torna di nuovo ad aprir lo Strumento, e questo intervallo, che ultimamente pigliasti col Compasso, ributtalo al 100, ed aprendo un poco più il Compasso, piglia trasversalmente la distanza trà li punti 106, e di nuovo aperto un poco più lo Strumento, butta questa distanza pur ora trovata al 100, ed aprendo il Compasso, piglia il 106, ed in somma va replicando questa medesima operazione tante volte, quanto è il numero degli anni del merito, ed essendo nel presente esempio, il merito per Anni cinque, devi reiterar l'operazione cinque volte. Ed in ultimo misurando rettamente l'intervallo, che averai preso, troverai comprender punti 187, e un terzo, e tanti scudi saranno diventati li 140. posti da principio col guadagno di sei per cento, nello spazio di Anni cinque: e

nota,

nota, che se ti tornasse più comodo di servirti in cambio del 100, e 106 del 200, e 212, come spesse volte occorrerà, il medesimo sarà ritrovato.

L'altro modo di operare, non richiede altra mutazione nello Strumento, che un solo primo accomodamento, e procedesi così. Servendoci del medesimo quesito posto sopra; per aggiustar lo Strumento, piglia 100 col suo primo interesse, cioè 106 rettamente, ed aperto lo Strumento applicalo trasversalmente al 100, nè mai più moverai lo Strumento; piglia poi trasversalmente la somma de' danari proposta, che fù 140, e misurala rettamente, e vedrai già il guadagno del primo anno esser 148, e due quinti, comprendendo però anche il capitale. Per trovar il secondo Anno, piglia trasversalmente questo 148, e due quinti, e senz' altro misuralo rettamente, e troverai 157, e un terzo, per il secondo Anno. Piglia poi questo medesimo numero 157, e un terzo, trasversalmente, e torna a misurarlo rettamente, e troverai 166, è tre quarti, per il capitale, e guadagno del terzo Anno. Torna a pigliar questo 166, è tre quarti; trasversalmente, e misuralo rettamente, ed avrai per il quarto Anno 176, e tre quarti. Finalmente piglia questo trasversalmente, e torna a misurarlo rettamente, ed avrai per il quinto Anno trà capitale, e guadagno 186, e un terzo. E così volendo per più Anni andrai replicando l'operazione. E nota, che quando il primo capitale proposto fosse somma tale, che eccedesse il numero de' punti 250 segnati sopra le linee Aritmetiche, devi operare a pezzi, pigliando la metà, il terzo, il quarto, il quinto, ò altra parte della somma proposta, che in fine pigliando due, trè, quattro, ò cinque, o più volte, quello che trovi, verrai in cognizione di quello, che desideri.

DELLE

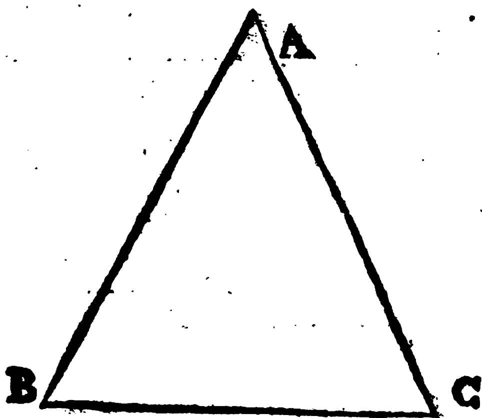
DELLE LINEE

GEOMETRICHE,

Che seguono appresso, e loro usi;

E prima come col mezzo di esse possiamo crescere, ò diminuire in qualunque data proporzione tutte le figure superficiali. Oper. VIII.

LE linee, che seguono appresso le Aritmetiche di sopra dichiarate sono dette linee Geometriche; per esser divise secondo la Geometrica proporzione procedente sino al 50, dalle quali trarremo diverse utilità; e prima ci serviranno per trovar il lato d'una figura superficiale, che ad un' altra proposta abbia una data proporzione, come saria



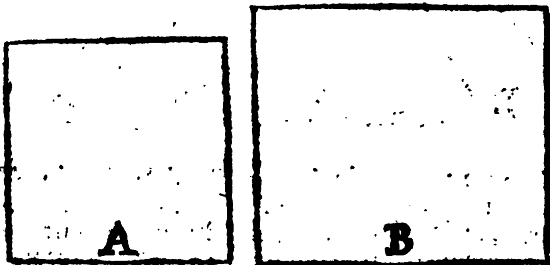
per esempio; essendoci proposto il triangolo *ABC*, vogliamo trovar il lato di un' altro, che ad esso abbia proporzione sesquialtra, Piglinsi due numeri nella data proporzione, e siano per esempio 12, e 8, e presa con un Compasso la linea *BC* adattisi aprendo lo Strumento all

to all

to alli punti delle Linee Geometriche 8. 8, e senza punto muovere l'apertura prendasi l'intervallo trà li punti 12. 12, perchè se faremo una linea di tal grandezza lato di un triangolo rispondente alla linea BC, sarà la sua superficie indubitatamente sesquialtera del triangolo *ABC*: e questo medesimo intendasi di ogn'altra sorte di figura, e delli cerchi ancora faremo questo medesimo, servendoci delli loro diametri, ò semidiametri, come de i lati delle figure rettilinee. E notisi per le persone più vulgari, che la presente operazione è quella, che c'insegna crescere, ò diminuire tutte le piante superficiali, come v. g. avendo una pianta, la quale contiene per esempio 10 campi di terreno, ne vorremmo dissegnare una, che ne contenesse 34: piglia qualunque linea della pianta di 10 Campi, ed applicala trasversalmente alli punti 10. delle presenti linee Geometriche, è senza più muovere lo Strumento, prendi l'intervallo trasversale trà li punti 34 delle medesime linee, e sopra una tal lunghezza descrivi la tua pianta simile alla prima secondo la regola, che di sopra nella terza operazione fù insegnato, ed avrai la pianta cercata capace precisamente di 34. Campi.

Come con l'istesse Linee possiamo trovare la proporzione tra due figure superficiali tra di loro simili. Oper. IX.

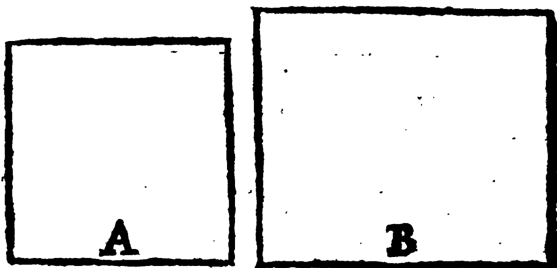
SIanci per esempio proposti li due Quadrati *A B*, overo qualunque due altre figure, delle quali le due medesime Linee *AB* siano lati omologi; volendo trovar qual proporzione abbino trà di loro le dette superficie, prendasi con un Compasso la Linea *B*, la quale aprendo lo Strumento si applichi a qualsivoglia punto



di esse linee Geometriche, e sia per esempio al 20: dipoi

non

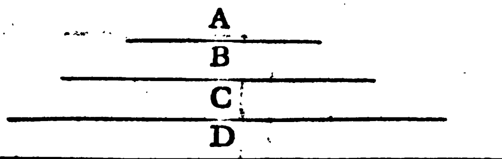
non movendo lo Strumento, e prendasi col Compasso la linea *A*; e questa applicata alle linee Geometriche, veggasi a che numero si adatti, e trovato v. g, che si aggiusti al numero 10, dirai la proporzione delle due figure esser quella, che ha 20 a 10, cioè doppia; e quando la grandezza di questa linea non s'accomodasse precisamente ad alcuna delle divisioni, dobbiamo rinovare



l'operazione, ed applicando ad altri punti, che alli 20, tentare sin tanto, che l'altra linea ancora esattamente si accomodi a qualche punto, il che trovato, sapremo consequentemente la proporzione delle due figure assegnateci, per esser lei sempre la medesima, che quella de' numeri delli due punti, alli quali le dette linee nella medesima apertura dello Strumento si accomodano. E quando dell'una delle due Piante proposteci fosse data la capacità si troverà il contenuto dell' altra nel medesimo modo; come per esempio. Essendo la Pianta della linea *B* 30 Campi, si cerca quanto saria la Pianta *A*. Accomoda la linea *B* trasversalmente alli punti 30, e vedi poi a qual numero si adatti pur trasversalmente la linea *A*, e tanti Campi dirai contenere la Pianta di essa linea *A*.

Come si possa constituire una figura superficiale, ed eguale a molte altre simili proposteci. Oper. X.

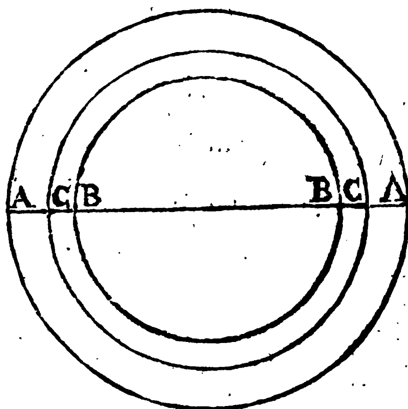
SIanci per esempio proposte trè figure simili, delle quali li lati omologhi siano le linee *ABC*, alle quali



se ne debbe trovar una sola eguale, pure ad esse simile; prendi col Compasso la lunghezza della linea *C*, e questa aperto lo Strumento applicherai a qual numero più ti piace delle linee Geometriche, e sia v. g. applicata alli punti 12 12, dipoi lasciato lo Strumento in tal sito prendi la linea *B*, e vedi a che numero delle medesime linee si accomodi, che sia per esempio al 9, e perchè l'altra si era aggiustata al 12, congiugnerai questi due numeri 9, e 12, insieme, e terrai a memoria 21. Piglia dipoi la terza linea *A*, e secondo il medesimo ordine considera a qual numero delle medesime linee trasversalmente si adatti, e trovato v. g. adattarsi al 6, aggiugnerai 6 al 21, che salvasti, e avrai in tutto 27. Piglia dunque la distanza trasversale trà li punti 27, ed avrai la linea *D*, sopra la quale facendo una figura simile all' altre 3 proposte, sarà ancora di grandezza alle medesime tre insieme eguale. E col medesimo ordine ne potrai ridurre in una sola quante ne venissero proposte, purchè le proposte siano tutte simili trà di loro.

Proposte due figure simili, e diseguali, trovar la terza simile, ed eguale alla differenza delle due proposte.
Oper. XI.

LA presente operazione è il converso della già dichiarata nel precedente Capitolo, e la sua operazione sarà in tal guisa. Sianci per esempio proposti 2 cerchi diseguali, e del maggiore sia diametro la linea *AA*, e del minore la *BB*. Volendo trovar il semidiametro del cerchio eguale alla differenza delli due *AB*, prendi



con un Compasso la lunghezza della linea maggiore *A*; ed applicala aprendo lo Strumento a qual punto più ti piacerà delle linee Geometriche, e sia per esempio applicata al numero 20; e non movendo lo Strumento, considera a qual punto delle medesime linee si aggiusta la linea *B*, e trovato per esempio accomodarsi al numero 8; sottratto questo da 20, resterà 12, e presa la distanza trà li punti 12. 12, avrai la linea *C*, il cui cerchio sarà eguale alla differenza delli due *AB*, e quello, che si è esemplificato ne' cerchi per via de' loro semidiametri intendasi esser l'istesso nelle altre figure simili, operando con uno de' loro lati omologhi.

 Estra-

Estrazione della radice Quadrata con l'ajuto delle medesime Linee.
Oper. XII.

TRè differenti modi di operare nell' estrazione della radice quadrata saranno nel presente Capitolo dichiarati, uno per li numeri mediocri, uno per li grandi, ed il terzo per li piccioli, intendendo per i numeri mediocri quelli, che sono tanto nel meno, quanto nel più intorno al 5000, maggiori quelli, che sono intorno al 50000, minimi quelli, che sono intorno al 100, e prima faremo principio da numeri mediocri. Per estrar dunque, e trovar la radice quadrata di un numero mezzano proposto, prima deesi aggiustar lo Strumento, la qual cosa sarà con l'accomodare traversalmente al 16 delle linee Geometriche lo spazio di 40 punti preso rettamente dalle linee Aritmetiche; di poi del numero proposto leva via le due ultime figure, che dinotano le unità, e le decine; e quel numero, che resta, prendi traversalmente dalle linee Geometriche, e misuralo rettamente sopra le Aritmetiche, e quello che trovi sarà la radice quadrata del numero proposto. Come per esempio, volendo la radice di questo numero 4630, levate le due ultime figure, cioè il 30, resta 46, però piglierai trasversalmente 46 dalle linee Geometriche, e lo misurerai rettamente sopra le Aritmetiche, e lo troverai contenere punti 68, che è la prossima radice cercata.

Ma sono in questa regola da notarsi due cose; la prima è, che quando le due ultime figure, che si levano, passassero 50, devi al numero, che resta aggiugnere uno; come se v. g. volessi pigliare la radice di 4192: perchè il 92 da levarsi passa 50, in luogo del 41, che restava, devi prendere 42, e nel resto seguire la regola di sopra.

L'altra cautella, che si deve osservare è, che quando quello che resta detratte le due ultime figure, passasse 50, in tal caso, poichè la divisione delle linee Geometriche non si estende oltre al 50, si deve del numero, che resta prendere la metà, ovvero altra parte, e questa distanza presa, si deve Geometricamente raddoppiare,

re, ò secondo il numero della detta parte multiplicare, e quell'ultimo intervallo così multiplicato, misurato rettamente sopra le linee Aritmetiche, ti darà la radice, che cerchi. Come per esempio, vogliamo la radice di 8412. Aggiustato come è detto lo Strumento, e detratte le due ultime figure resta 84, il qual numero non è sopra le linee Geometriche, però piglierai la sua metà, cioè 42. Preso dunque lo spazio trasversale trà li punti 42, bisognerà, che Geometricamente sia raddoppiato, il che farai con aprir più lo Strumento, fintanto che il detto spazio si adatti a qualche numero, del quale sopra le medesime linee ve nè sia uno doppio, come v. g. saria adattandolo al 20, pigliando poi l'intervallo trà li punti 40, il quale misurato finalmente sopra le linee Aritmetiche, ti mostrerà 91, e due terzi in circa, prossima radice del numero 8412 proposto. E se ti fosse bisognato del numero dato pigliare la terza parte, nel triplicarla poi Geometricamenre, l'applicherai trasversalmente ad un numero delle linee Geometriche, del quale ve ne sia un' altro triplo, come saria il 10, per pigliare il 30, ò il 12, per pigliar il 36.

Quanto al modo di procedere per i numeri maggiori, non si avrà altra differenza dal modo precedente, se non nell'aggiustar lo Strumento, e nel levar dal dato num. le tre ultime note; e l'aggiustar lo Strumento si farà pigliando 100 rettamente dalle linee Aritmetiche, aggiustandolo poi trasversalmente alli punti 10.10 delle Geometriche, il che fatto volendo v. g. la radice quadrata di 32140. Tolte le trè ultime figure resta 32, e questo piglierai traversalmente dalle linee Geometriche, che misurato rettamente sopra le Aritmetiche ti mostrerà 179 prossima radice di 32140: avvertendo, che l'istesse cautele notate nell' operazione precedente, si devono per l'appunto osservare in questa, cioè che quando le trè figure, che si detraggono passano 500, si ha da aggiunger uno a quello, che resta; e se quel, che resta passa 50, se ne piglierà una parte, cioè la metà, ò il terzo, ec. dupplicando, ò triplicando al modo dichiarato quello, che avrai per la detta parte preso.

Per li numeri minori aggiusterai lo Strumonto, secondo il primo modo, cioè con buttare 40 a 16, pi-

gliando poi trasversalmente delle linee Geometriche il num. proposto senza levarne figura alcuna, perchè misurando rettamente il detto spazio sopra le linee Aritmetiche troverai la radice cercata in numero intero, ed in frazione; ma nota, che le decine delle linee Aritmetiche ti devono servire per unità, e le unità per decimi di unità. Come per esempio vogliamo la radice di 30. aggiusta lo Strumento come si è detto buttando 40 preso dalle linee Aritmetiche rettamente al 16 delle Geometriche trasversalmente, dalle quali presa trasversalmente la distanza de' punti 30, misurandola rettamente sopra le Aritmetiche troverai punti 55, che importano 5 intieri, e 5. decimi, cioè 5, e mezzo, quanta è la prossima radice di 30: avvertendo, che in questa regola ancora si devono osservare li avvertimenti, e cauzioni nelle altre due regole insegnate.

Regola per le ordinanze degli eserciti di fronte, e fianco disuguali. Oper. XIII.

PEr le ordinanze di fronte eguali al fianco ci servirà come è manifesto l'estrarre la radice quadrata del numero de' Soldati propostoci. Ma quando volessi formare un'ordinanza, una moltitudine assegnata di Soldati, della quale la fronte, e il fianco non fossero eguali, ma si rispondessero in una data proporzione, allora per risolvere il quesito, ci bisogna in altra maniera procedere, operando nel modo, che nel seguente esempio si dichiara.

Sendoci dunque ordinato, che ritroviamo la fronte, e il fianco di 4335. Soldati messi in ordinanza in maniera, che per ogni cinque, che saranno nella fronte, nè siano 3 nel fianco; allora per conseguir l'intento con l'ajuto del nostro Strumento, prima considerando i numeri della proporzione assegnataci esser 5, e 3, aggiungendo a ciascuno di loro un, 0, fingeremo, che importino 50, e 30, e per trovar la fronte, prenderemo rettamente con un Compasso 50 dalle linee Aritmetiche, e quest' intervallo accomoderemo trasversalmente alle linee Geometriche, ed a quel numero, che si produce dalla multiplicazione trà di loro de' numeri della proporzione assegnata, cioè (nel presen-

te esempio) al 15, e lasciato lo Strumento in tale stato, si prenderà trasversalmente pur nelle medesime linee Geometriche, la distanza trà li punti segnati dal numero, che resta, detratte le decine, e unità del numero de' Soldati propostoci, che nel presente esempio è 43, e misurato tale intervallo rettamente sopra le linee Aritmetiche, ci darà la fronte di tale ordinanza, che sarà soldati 85, e col medesimo ordine troveremo il fianco pigliando rettamente 30 dalle linee Aritmetiche, e buttandolo trasversalmente al 15 delle Geometriche, e da esse immediatamente pigliando, pur trasversalmente, l'intervallo trà li punti 43. 43, il quale misurato rettamente sopra le linee Aritmetiche ci darà 51 per il fianco, ed il medesimo ordine si terrà in ogni altra moltitudine di Soldati, ed in qualunque altra proporzione assegnataci; avvertendo, che siccome si disse nella radice quadrata, quando le unità, e decine, che si levano dal numero proposto, passassero 50, si deve alle centinaja, che restano aggiugnere uno di più ec. Nè voglio tacere, come trovata che si farà la fronte, secondo la Regola già dichiarata si potrìa con altra Regola più spedita, e con le sole linee Aritmetiche trovar il fianco in questa forma operando già nel esempio addotto sù trovato 85 per la fronte, e furono i numeri della proporzione 5, e 3, e che è quanto se dicesse 50, e 30, ovvero 100, e 60, ec. però quello 85 preso rettamente dalle linee Aritmetiche accomodisi trasversalmente al 100 delle medesime, e piglisi immediatamente l'intervallo pur traversale trà li punti 60. 60 dalle medesime linee, il quale misurato rettamente ci mostrerà il medesimo numero 51, che nell' altra maniera di operare fù ritrovato, e questa operazione, che sotto l'esempio delle ordinanze, abiamo dichiarata, intendasi esser la regola di uno de' Capitoli di Algebra, cioè de' censi eguali al numero, onde tutt'i quesiti, che per esso si risolvono, si scioglieranno anco operando col nostro Strumento nella maniera già dichiarata.

Invenzione della media proporzionale per via delle medesime linee. Oper. XIV.

COn l'ajuto di queste linee, e loro divisioni potremo trà due linee, ovvero due numeri dati trovare con gran facilità la linea, ò il numero medio proporzionale in questa maniera. Siano li due numeri, ovvero le due linee misurate proposteci, l'uno 36, e l'altro 16, e presa col Compasso la lunghezza dell'una v. g. della 36 applicala aprendo lo Strumento, alli punti 36 delle linee Geometriche, e non movendo lo Strumento prendi l'intervallo trà li punti 16. 16 delle medesime linee, il quale misurato sopra la medesima scala troverai esser punti 24, quanto appunto è il numero proporzionale trà 36, e 16, e nota, che per misurar le linee proposte, potremo servirci non solo della scala notata sopra lo Strumento, ma di qualunque altra ancora, quando quella dello Strumento fosse troppo piccola per il nostro bisogno.

Notando in oltre, che quando le linee, e i numeri, che le misurano, trà li quali vogliamo trovare il medio proporzionale, fossero assai grandi, sicchè passassero il 50, che è il maggior numero notato sopra le nostre linee Geometriche, si potrà nondimeno conseguir l'intento operando con parti de' proposti numeri, ò con altri minori d'essi, ma che abbino la medesima proporzione, che hanno li primi, e la regola sarà in questo modo. Vogliamo v. g. pigliare il numero medio proporzionale frà 144, e 81, li quali eccedono ambidue il cinquanta. Pigliasi dalle linee Aritmetiche 144 rettamente per applicarlo traversalmente alle linee Geometriche; ma perchè in esse non vi è numero così grande, piglierò immaginariamente una parte di esso numero 144, come saria v. g. il terzo, cioè 48, e l'intervallo già preso applicherò trasversalmente alli punti 48 delle

linee

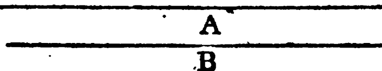
linee Geometriche. Dipoi immaginata la terza parte di 81, che fù l'altro numero dato, la quale è 27, piglierò tal numero pur trasversalmente dalle medesime linee Geometriche, e questo misurato rettamente sopra le Aritmetiche, mi darà il medio proporzionale ricercato, cioè 108.

DELLE LINEE STEREOMETRICHE, E PRIMA

Come col mezzo di esse si possin crescere, o diminuire tutti li corpi solidi simili secondo la data proporzione.

Oper. XV.

SOno le presenti linee Stereometriche così dette per esser la lor divisione, secondo la proporzione de corpi solidi fino a 148, e da esse trarremo molti usi, il primo de quali sarà il già proposto, cioè, come dato un lato di qualsivoglia corpo solido si possa trovare il lato d'un' altro, che ad esso abbia una data proporzione; come per esempio, sia la linea *A* diametro v. g. d'una sfera, ò palla per dirlo più volgarmente; ovvero lato d'un cubo, ò altro solido, e siaci proposto di dover trovar il diametro, ò lato d'un' altro, che a quello abbia la proporzione, che hà 20 a 36. Piglia col Compasso la linea *A*, ed aprendo lo Strumento applicala al punto 36 delle linee Stereometriche, il che fatto prendi immediatamente l'interval-



lo trà li punti 20. 20, che sarà la linea *B* diametro, al

lato del solido all' altro, il cui lato *A* nella proporzione data di 20. a 36.

Proposti due solidi simili trovare qual proporzione abbino frà di loro. Oper. XVI.

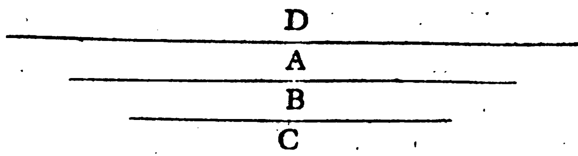
NOn è la presente operazione molto differente dalle dichiarate di sopra, e puossi con gran facilità risolvere. Quando dunque ci venissero proposte le due linee *AB*, e dimandato qual proporzione abbino frà di loro i lor solidi simili, prenderemo una di esse col Compasso, e sia v. g. presa l'*A*, la quale applicheremo aprendo lo Strumento, a qualche numero delle presenti linee, e sia applicata v. g. al 50. 50, e subito presa là lunghezza dell' altra linea *B* veggasi a qual numero si accomodi, e trovato adattarsi per esempio al



21, diremo il solido *A* al solido *B* avere la proporzione di 50 a 21.

Proposti solidi simili quanti ne piacerà trovarne un solo eguale a tutti quelli. Oper. XVII.

SIano proposte le trè linee *A B C* lati di trè solidi simili, vogliamo trovarne uno eguale a tutti quelli; per il che fare, prendasi con un Compasso la linea *A*, quale s'applichi a qualche punto delle linee Stereometriche, e sia per esempio al punto 30, e non movendo lo Strumento considera à qual numero s'adatti la linea *B*, e



trovato per esempio adattarsi al 12, aggiugni questo nu-

numero al numero 30 già detto, fà 42, il qual numero terrai a memoria, presa dipoi con un Compasso la linea C, considera a qual numero delle medesime linee s'accomodi, e sia per esempio al 6, e congiunto questo numero con l'altro 42, avremo 48, sicchè pigliando l'intervallo trà li punti 48. 48, sarà trovata la linea D, il cui solido sarà eguale alli trè proposti A B C.

Estrazione della Radice Cuba. Oper. XVIII.

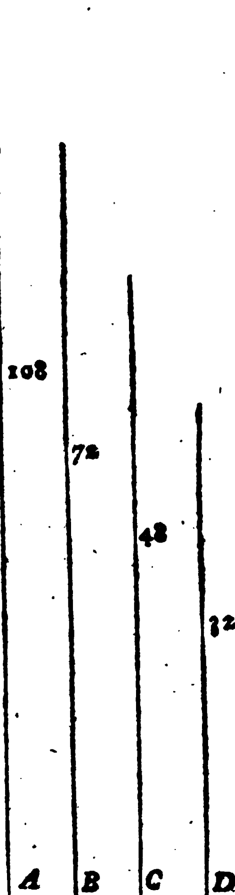
DUe modi differenti dichiareremo per l'investigazione della Radice Cuba di qualunque proposto numero. Il primo ci servirà per i numeri mediocri, e l'altro per i massimi: intendendo per numeri mediocri quelli, da' quali tratte le unità, decine, e centinaja, li numeri, che restano non eccedono il 148, per l'estrazione della radice Cuba de' quali, prima s'aggiusterà lo Strumento con l'applicare trasversalmente alli punti 64 delle linee Stereometriche il 40 preso rettamente dalle linee Aritmetiche: e fatto questo, leva le 3 ultime note dal numero proposto, e piglia quel, che resta dalle linee Stereometriche trasversalmente, e misuralo rettamente sopra le Aritmetiche, e quello, che trovi sarà la radice Cuba del numero proposto; come v. g. cerchiamo la radice Cuba di 80216. Aggiustato come si è detto lo Strumento, e tolte via le trè ultime note resta 80, piglia dunque trasversalmente 80 dalle linee Stereometriche, e misuralo rettamente sopra le Aritmetiche, e troverai 43, quanta è la radice prossima del dato numero; e nota, che quando detratte le trè ultime note restasse più di 148, che è il maggior numero delle Stereometriche, allora potrai operare per parti. Come per esempio si cerca la radice Cuba di 185840, e perchè detratte le ultime trè note 840 resta 186, (dico 186, benchè resti 185, perchè le centinaja delle 3 note detratte sono più di 5, cioè più di mezzo migliajo, onde pigliandolo per un migliajo intero fò, che quel, che resta sia 186, cioè uno di più) che eccede il 148, piglieremo la sua metà, cioè 93 trasversalmente dalle Stereometriche già aggiustate, e questo spazio preso si dovrà Stereometricamente duplicare, cioè applicarlo a qualche numero delle medesime

me Stereometriche trasversalmente, del qual ne sia uno doppio, e questo preso pur trasversalmente, e misuratolo sopra la scala Aritmetica, sarà la radice, che si cercava. Stando dunque nell'esempio proposto applicheremo lo spazio trà li punti 93 già preso v. g. al 40 delle linee Stereometriche pigliando poi l' 80, che misurato sopra le linee Aritmetiche ci mostrerà 57, ch'è la prossima radice del numero proposto. L'altro modo di operare per li numeri massimi sarà con aggiustare lo Strumento applicando la distanza di 100 punti presa rettamente dalle linee Aritmetiche al 100 delle Stereometriche trasversalmente, e sarà aggiustato. Dipoi dal proposto numero devi levare le quattro ultime note, e il numero, che resta prendere trasversalmente da esse linee Stereometriche, e misurarlo rettamente sopra le Aritmetiche, come per esempio sendoci proposto il numero 1404988, avendo già aggiustato lo Strumento al modo detto, e detratte le quattro ultime note resta 140, il qual numero preso trasversalmente dalle linee Stereometriche, e misurato rettamente sopra l'Aritmetiche ci darà 112 radice prossima del numero proposto, non ci scordando, che quando le trè note rimanenti importassero più di 148 numero maggiore delle nostre linee si deve operare per parti, come nell'altra Regola superiore fù avvertito.

Invenzione delle due medie proporzionali. Oper. XIX.

QUando ci fossero proposti due numeri, ò due linee misurate, trà le quali dovessimo trovare due altre medie proporzionali, potremo ciò eseguire facilmente col mezzo delle presenti linee, e ciò con questo esempio si farà chiaro. Dove ci vengono proposte le due linee *AD*, delle quali l'una sia per esempio 108, e l'altra 32, e presa la maggior con un Compasso adattisi aperto lo Strumento alli num. 108. 108, e poi prendasi l'intervallo trà li punti 32. 32, il quale sarà la lunghezza della seconda linea *B*, che misurato con la medesima scala, con la quale furono misurate le proposte linee, si troverà esser 72, e per trovarne la terza linea *C*, adattisi pure di nuovo sopra le medesime linee Stereo-

Stereometriche la linea *E* alli punti 108. 108, e tornisi di nuovo a pigliare la distanza trà i punti 32. 32, che tale sarà la grandezza della terza linea *C*, e misurata sopra la medesima scala si troverà esser punti 48, e notisi, che non è necessàrio il prender prima la maggior linea, più che la minore, ma nell'uno, e nell'altro modo operando sempre si troverà l'istesso.



Come ogni solido Parallelepipedo si possa col mezzo delle Linee Stereometriche ridurre in Cubo. Op. XX.

Siaci proposto il solido Parallelepipedo, le cui dimensioni siano disegua-li, cioè 72. 32, e 84: cercasi il lato del Cubo ad esso eguale. Piglia il medio proporzionale frà 72, e 32 nel modo dichiarato di sopra nell'Operazione 14: Cioè piglia 72 rettamente dalla scala Aritmetica, e buttalo trasversalmente al 72 delle linee Geometriche, ma perchè non vanno tant'oltre buttalo alla metà, cioè al 36, e subito prendi pur trasversalmente l'altro numero delle medesime linee, cioè 32, anzi pur per dir meglio piglia la sua metà, cioè il 16, (avendo buttato il primo 72 alla sua metà parimente) e questo, che troverai sarà,

come

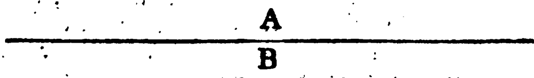
come è manifesto, il numero medio proporzionale trà 72, e 32 misuralo dunque sopra le linee Aritmetiche, e lo troverai esser 48, onde lo butterai trasversalmente a questo medesimo numero 48 delle linee Stereometriche, e senza muovere poi lo Strumento prendi pur trasversalmente il terzo numero del solido proposto, cioè il 84, e sarà finita l'operazione, perchè facendo quella tal linea lato di un Cubo quella sarà veramente eguale al solido proposto, e misurandola sopra la scala Aritmetica la troverai esser 57, e mezzo, in circa.

ESPLICAZIONE DELLE LINEE METALLICHE

Notate appresso le Stereometriche.
Oper. XXI.

SOno le presenti linee segnate con alcune divisioni, alle quali sono aggiunti questi caratteri Or. Pi. Ar. Ra. Fe. Sta. Mar Pie. Che significano Oro, Piombo, Argento, Rame, Ferro, Stagno, Marmo, Pietra, dalle quali si hanno le proporzioni, e differenze di peso, che si trovano frà le materie in esse notate, in guisa che costituito lo Strumento in qualsivoglia apertura gl'intervalli, che cascano frà i punti l'uno all' altro corrispondenti vengono ad esser diametri di palle, ò lati d'altri corpi trà loro simili, ed eguali di peso, cioè che tanto sarà il peso d'una palla d'Oro, il cui diametro sia eguale alla distanza Or. Or., quanto d'una di Piombo, il cui diametro sia l'intervallo trà li punti Pi. Pi., ò una di Marmo, il cui diametro sia trà li punti Mar. Mar. Da che possiamo in un' istante venire in cognizione, quanto grande si dovria far un corpo d'una delle sopranotate materie, acciò fosse in peso eguale ad un' altro simile, ma di altra

altra delle materie dette, la qual operazione addimandaremo trasmutazione della materia, come se per esempio là linea *A* fosse diametro d'una palla di Stagno, e noi volessimo trovare il diametro d'un' altra d'Oro, a quella in peso eguale; prenderemo con un Compasso la linea *A*, e questa applicata aprendo lo Strumento alli punti St. St., piglieremo immediatamente l'intervallo



trà li punti Or. Or., e tale sarà il diametro della palla di Oro, cioè la linea *B* eguale all' altra di Stagno, e il medesimo intendasi di tutti gli altri corpi solidi, e delle altre materie notate. Ma se congiugneremo l'uso di queste linee con quello delle precedenti, ne caveremo molte comodità maggiori, come di sotto si dichiarerà, e prima.

Con le linee predette potremo ritrovar la proporzione, che hanno in peso trà di loro tutti li metalli, ed altre materie nelle linee Metaliche notate. Oper. XXII.

Vogliamo per esempio trovare qual proporzione abbino frà di loro in peso questi due Metalli d'Argento, e d'Oro; prendi con un Compasso la distanza trà 'l centro dello Strumento, ed il punto notato Ar. e questa, aperto lo Strumento, applica a qual più ti piace de' numeri delle linee Stereometriche, e sia per esempio applicata alli punti 100. 100, dipoi senza punto muovere lo Strumento, piglia la distanza trà 'l centro del medesimo Strumento, ed il punto Or., e questa vedi a che numero s'accomodi sopra le linee Stereometriche, e trovato per esempio adattarsi alli punti 60. 60., dirai la proporzione del peso dell' Oro, a quello dell' Argento esser in spezie, come 100. a 60. E nota, che nell' operare li diametri presi, ed applicati alle linee Stereometriche ti mostreranno la proporzione in peso de i loro Metalli perpetuamente, cioè come nell' adotto esempio s'è veduto, dal diametro dell' Argento

ti viene denotato il peso dell' Oro, e da quello dell' Oro il peso dell' Argento, e così venghiamo ad intendere, come l'Oro è più grave dell' Argento a ragione di 40 per 100, essendo che 40 è la differenza trà li due pesi ritrovati per l'oro, e per l'Argento. Dalche possiamo venir in cognizione della resoluzione d'un quesito molto bello, che è, propostaci qualsivoglia figura di una delle materie notate nelle linee Metalliche, trovare quanta di un' altra delle dette materie ve nè bisognerà per formarne un' altra a quella eguale. Come v. g. abbiamo una Statua di Marmo, vorremo sapere quanto Argento v'anderia per farne una della medesima grandezza, per il che trovare, farai pesare quella di Marmo, e sia il suo peso v. g. 25 libre, poi piglia la distanza trà il centro dello Strumento, ed il punto Ar., che è la materia della Statua futura, e questo applicherai aprendo lo Strumento alle linee Stereometriche, ed al punto segnato col numero del peso della Statua, cioè alli punti 25. 25, e non movendo lo Strumento piglierai la distanza trà il centro, ed il punto ma, e questa vedrai a che numero pur trasversalmente delle linee Stereometriche si accomodi, e trovato come s'adatta alli punti 96. 96, dirai, 96. libre d'Argento esser necessarie per fare la Statua eguale in grandezze all' altra di Marmo.

Congiungendo gl' usi delle Linee Metalliche, e Stereometriche, dati due lati di due solidi, simili, e di diverse materie trovare qual proporzione abbino frà di loro detti solidi in peso. Op. XXIII.

E' La linea *A.* diametro d'una palla di Rame, e la *B* diametro di una di Ferro, vorremo sapere qual proporzione hanno frà di loro in peso, prendi col Compasso la linea *A*, e aperto lo Strumento applicala alli punti delle linee Metalliche segnati Ra. Ra, e senza alterare tal apertura prendi immediatamente la distanza

A

B

X

D

za trà li punti Fe. Fe, che sarà quanto la linea *X*, la quale se sarà eguale alla *B*, diremo li due solidi *A*, *B* essere di peso eguali, ma trovata la *X* diseguale alla *B*, ed essendo diametro d'una palla di Ferro eguale in peso all'*A*, è manifesta cosa, che la medesima differenza sarà trà le due palle *A*, *B*, che è tra l'X, *B*, e perchè *X*, e *B* sono della medesima materia, troverassi la loro differenza facilmente con le linee Stereometriche, come di sopra nell'operazione *XVI*. si è dichiarato, cioè prenderemo la linea *X*, e l'applicheremo aprendo lo Strumento a qualche numero, come v. g. al 30, il che fatto si considerarà a quale s'aggiusti la linea *B*, e trovato per esempio accomodarsi al 10, diremo, la palla di Rame *A* esser tripla della palla di Ferro *B*.

Il converso della precedente operazione si potrà con pari facilità con le medesime linee ritrovare, come; dati il peso, ed il diametro, ò lato d'una palla, ò altro solido di una delle materie notate sopra lo Strumento, si possa trovare la grandezza d'un' altro solido simile, e di qualunque altra delle dette materie, e che pesi qualsivoglia peso propostoci. Come per esempio, essendo la linea *X* diametro d'una palla di Marmo, che pesa 7 libre, trovisi il diametro d'una di Piombo, che ne pesi 20. Qui si vede, come doviamo fare due operazioni, l'una trasmutare il Marmo in Piombo, e l'altra crescere il peso di 7 fino al 20 La operazione si farà con le linee Metalliche, accomodando il diametro *X* alli punti del Marmo trasversalmente, pigliando poi senza muover lo Strumento l'intervallo trà li punti del Piombo, che sarà la grandezza del solido di Piombo, che peserebbe quanto il proposto di Marmo, cioè libre 7: ma perchè volevamo libre 20, ricorreremo all'ajuto delle linee Stereometriche, e applicato questo intervallo trasversalmente alli punti 7. 7, prenderemo subito la

to la distanza pur trasversale trà li punti 20, che sarà eguale alla linea *D*, la quale senza dubbio verrà ad essere il lato della figura solida di Piombo, che peserà libre 20.

Come queste linee ci servono per Calibro da Bombardieri accomodato universalmente a tutte le palle di qualsivoglia materia, e a tutti li pesi.
Oper. XXIV.

MAnifestissima cosa è, diverso esser il peso diverse materie, e assai più grave esser il Ferro della Pietra, e il Piombo del Ferro, dal che ne seguita, che dovendosi tirare con l'Artiglieria tal'ora Palle di Pietra, altre volte di Ferro, ò ancora di Piombo, il medesimo pezzo, che porti tanto di palla di Piombo, porterà meno di Ferro, e molto meno di Pietra, e che per conseguenza diverse cariche per le diverse palle se li dovranno dare; laonde quelle sagome, ò Calibri sopra i quali fossero notati i diametri delle palle di Ferro con li pesi loro non potranno servirci per le palle di Pietra, ma bisognerà, che le misure di detti diametri s'accreschino, ò diminuischino, secondo le diverse materie. Inoltre è manifesto, che appresso diversi paesi s'usano diversi pesi, anzi che non solamente in ogni Provincia, ma quasi in ogni Città sono differenti, dal che ne seguita, che quel Calibro, che fosse accommodato al peso d'un luogo non potrà servirne al peso d'un' altro, ma secondo che le libre saranno maggiori, ò minori in uno, che in un' altro luogo, bisognerà, che le divisioni del Calibro ottenghino maggiori, ò minori intervalli, dal che possiamo concludere, che un Calibro, che si adatti ad ogni sorte di materia, e ad ogni differenza di peso bisogna, che per necessità sia mutabile, cioè che si possa crescere, e diminuire, e tale apunto è quello, che nel nostro Strumento vien segnato; perchè aprendo più, ò meno si crescono, ò diminuiscono gl'intervalli, che trà le divisioni di esso si ritrovano, senza punto alterar le loro proporzioni, ed avendo tali cose in universale dichiarate, passeremo all' applicazione particolare di questo Calibro a tutte le differenze di pesi, e a tutte le materie diverse; E perchè

chè non si può venir in cognizione d'alcuna cosa ignota senza il mezzo di qualch' altra conosciuta, fà di mestiero, che ci sia noto un solo diametro d'una palla di qualsivoglia materia, e di qualsivoglia peso rispondente alle libre, che nel Paese dove vogliamo usare lo Strumento si costumano: dal qual solo diametro verremo col mezzo del nostro Calibro in cognizione del peso di qualsivoglia altra palla, e di qualunque altra materia, intendendo però delle materie sopra lo Strumento notate, e il modo di conseguir tal cognizione faremo facilmente con un' esempio manifesto. Supponghiamo v.g. d'esser in Venezia, e di voler quì servirci del nostro Calibro per riconoscer la portata d'alcuni pezzi d'Artiglieria, prima procureremo d'aver il diametro, e il peso d'una palla di alcuna delle materie sopra detto Strumento segnate, e per esempio supporremo d'aver il diametro d'una palla di Piombo di libre 10 al peso di Venezia, il qual diametro noteremo con due punti nella costa d'un' asta dello Strumento; quando dunquo vorremo accomodare, ed aggiustare il Calibro in maniera, che presa la bocca d'un pezzo d'Artiglieria, e trasportata sopra esso Calibro conosciamo quante libre di palla di Piombo essa porti, non dovremo far' altro, salvo che prender col Compasso quel diametro di 10. libre di Piombo già sopra la costa dello Strumento segnato, ed aprir poi lo Strumento tanto, che detto diametro s'aggiusti alli punti delle linee Stereometriche segnati 10. 10, le quali così aggiustate ci serviranno per Calibro esatissimo, tal che preso il diametro della bocca di qualsivoglia Artiglieria, e trasferitolo sopra detto Calibro, dal numero de' punti a' quali s'adatterà conosceremo quante libre di palla di Piombo porti la detta Artiglieria. Ma se volessimo aggiustare lo Strumento, sicchè il Calibro rispondesse alle palle di Ferro, allora prenderemo pur l'istesso diametro delle 10. libre di Piombo sopra la costa notato, e di poi l'applicheremo li punti delle linee Metalliche segnati Pi. Pi., e senza alterare lo Strumento piglieremo con un Compasso l'intervallo trà i punti segnati Fe. Fe., il quale sarà diametro, d'una palla di Ferro di 10 libre, e questo diametro aprendo lo Strumento s'applicherà ai punti delle linee Stereo-

 metri-

metriche ſegnati 10. 10, ed all'ora ſaranno dette linee eſquiſitamente accomodate per Calibro delle palle di Ferro, e con ſimile operazione ſi aggiuſterà per le palle di Pietra. E notiſi, che occorrendoci notare ſopra la coſta dello Strumento diverſi diametri di palle riſpondenti alle libre di varj paeſi, per fuggire la confuſione noteremo ſempre diametri di palle di Piombo di 10 libre di peſo, li quali troveremo eſſer maggiori, ò minori ſecondo la diverſità delle libre, ed il ſegnare tali diametri ſenza obligarti a ritrovare attualmente palle di Piombo di 10 libre di peſo non ci ſarà difficile per quello, che di ſopra nella operazione 23 ſi è inſegnato; dove dato un diametro d'una palla di qualſivoglia peſo, e di qualunque materia s'è veduto come ſi trovi il diametro d'un' altra d'ogni altro peſo, e di qualſivoglia altra materia, intendendo però ſempre delle materie ſopra le linee Metalliche notate; tal che ritrovandoci noi in qualſivoglia paeſe, perchè troviamo una palla di Marmo, di Pietra, ò d'altra materia ſopra lo Strumento ſegnata, potremo in un ſubito inveſtigare il diametro d'una palla di Piombo di 10 libre di peſo.

Come propoſto un corpo di qualſivoglia materia poſſiamo ritrovare tutte le miſure particolari d'uno d'altra materia, e che peſi un dato peſo. Op. XXV.

TRà gli uſi, che da queſte medeſime linee ſi poſſono cavare, uno è queſto, col quale poſſiamo creſcere, ò diminuire le figure ſolide ſecondo qualſivoglia proporzione non mutando, ovvero mutando la materia; il che dal ſeguente eſempio s'intenderà. Ci viene preſentato un piccolo modello d'Artiglieria fatto v. g. di Stagno, e noi abbiamo biſogno di cavare da tal modello tutte le miſure particolari per un pezzo grande fatto di Rame, e che peſi per eſempio 5000 libre.

Prima faremo peſare il piccolo modello di Stagno, e ſia il peſo libre 17. Dipoi prenderemo una delle ſue miſure qual più ci piacerà, e ſia v. g. la ſua groſſezza

alla

alla gioja, la quale applicheremo aprendo lo Strumento alli punti St. St. delle linee Metalliche (essendo questa la materia del modello propostoci), e perchè il pezzo grande deve farsi di Rame prenderemo immediatamente la distanza trà li punti Ra. Ra. la quale saria la grossezza della gioja d'un' Artiglieria di Rame, quando quella dovesse pesare quanto l'altra di Stagno; ma perchè deve pesare libre 5000, e non 17, come l'altra, però ricorreremo alle linee Stereometriche, sopra le quali applicheremo quell' intervallo pur ora preso trà li punti Ra. Ra. alli punti segnati 17. 17, e non movendo lo Strumento piglieremo l'intervallo de' punti 100 100, che saria la grossezza alla gioja d'un pezzo di 100 libre di peso; ma noi vogliamo, che sia di libre 5000, però questa distanza si deve augmentare secondo la proporzione quinquagecupla; onde aprendo più lo Strumento la metteremo a qualche numero del quale ve ne sia un' altro 50 volte maggiore; come saria se l'applicassimo alli punti 2. 2, pigliando poi l'intervallo trà li punti 100. 100, il quale senz' alcun dubbio sarà la misura della grossezza, che deve darsi alla gioja. E con tal' ordine si troveranno tutte le misure particolari di tutti li altri membri, come della gola, dell' orecchioni, della culatta, ec.

Ne meno resteremo di ritrovare la lunghezza dell' Artiglieria, ancor che non possiamo aprire il nostro Strumento fino a tanto spazio, e per trovarla, del piccolo modello non piglieremo l'intera lunghezza, ma solo una sua parte, come saria l'ottava, ò la decima, ec, la quale accresciuta con l'ordine pur ora dichiarato ci rapresenterà in fine l'ottava, ò decima parte di tutta la lunghezza dell' Artiglieria grande.

Ma quì potria per avventura a qualch' uno nascer difficoltà, se dalle nostre linee Metalliche nel modo, che si sono trovate le dette misure trasmutando l'uno nell' altro Metallo semplice, così si potesse far l'istesso in una allegazione di due metalli, come apunto quando nell' esempio soprapostovolessimo formare il pezzo non di Rame schietto, ma di metallo misto di Rame, e di Stagno, come anco comunemente si costuma di fare, onde noi per intera soddisfaziono mostreremo potersi con l'ajuto delle medesime linee Metalliche ri-

trovare le medesime misure in qualsivoglia allegazione non altrimente, che in un semplice Metallo, e ciò si farà con l'aggiugner due picciolissimi punti sopra le linee Metalliche; dico picciolissimi, acciocchè ad arbitrio nostro, di poi che ce ne saremo serviti, possiamo cancellarli, e dato per esempio, che il pezzo dell' Artiglieria, che vogliamo fare non di Rame puro, come di sopra si suppose, ma di Bronzo dovesse esser gettato, la cui lega fosse per ogni terzo di Rame uno di Stagno, all'ora verremo con diligenza dividendo tanto dall'una, quanto dall' altra parte quella breve linea, che è trà li punti segnati Ra., e Sta. in quattro particelle, delle quali trè se ne lascieranno verso lo Stagno, e una sola verso il Rame, e quivi si farà il punto apparente, del qual punto (segnato come si disse tanto nell'una, quanto nell'altra linea Metallicha) ci serviremo per la trasmutazione del Metallo non altrimenti, che ci serviremo di sopra de' punti Ra Ra., e con simil regola si potranno secondo l'occorrenza segnare nuovi punti di allegazioni di qualsivoglino due Metalli, e secondo qualsivoglia lega.

Ma non saria fuori di proposito, e senza comodo notabile, e in particolare quando s'abbia da fare la trasmutazione in Metallo misto, ed allegato di due altri secondo qualunque proporzione; l'avvertire, che quando si sia trovata una sola delle misure, che si ricercano con l'operare con somma esquisitezza nel modo dichiarato di sopra, si potranno in virtù di questa unica misura ritrovata investigare poi tutte l'altre con l'ajuto delle linee Aritmetiche, con modo non molto differente da quello, che nell'operazione terza, fù dichiarato, come per esempio. Era la linea *A* il diametro, ò vogliamo dire la grossezza alla gioja del modello d'Artiglieria propostoci, e si trovò la linea *B* per

A———————B———————————————

grossezza della gioja dell' Artiglieria di libre 5000 da farsi di Metallo, che tenga trè di Rame, e due di Stagno dico adesso, che per trovar tutte l'altre dimensioni, che restano, ci potremo prevalere delle linee Aritmetiche, pigliando la linea *B*, e applicandola per

tra-

traverso, a che punto ci piace di esse linee Aritmetiche, e quanto maggior numero piglieremo meglio sarà, laonde l'applicheremo v. g. all' ultimo punto, cioè al 250, e non movendo lo Strumento vedremo a qual punto s'accomodi pur trasversalmente la linea *A*, che sia v. g. al 44, dal che vegniamo in cognizione, come essendo la misura *A* del modello punti 44, quella, che gli hà da rispondere del pezzo reale deve essere 250 de' medesimi punti, e questa medesima proporzione hà da esser osservata in ciascheduna altra misura. Onde per trovare per esempio la grossezza del pezzo reale nella gola prenderai tal grossezza dal picciolo modello, e applicala trasversalmente alli punti 44 delle linee Aritmetiche, prendendo poi pur trasversalmente la distanza frà li punti 250, che sarà la grossezza della gola dell' Artiglieria grande. E col medesimo ordine si troveranno tutte l'altre misure.

Inoltre per trovare facilissimamente, e con somma esquisitezza la linea *B*, prima, che risponda al punto della lega delli due metalli assegnati; si potrà proceder così: ritrovando prima separatamente le due misure

C ——————————— D — F — E

semplici, che respondino l'una allo Stagno, e l'altra al Rame, come le due linee *ED*. *CE*, delle quali *ED*, sia la misura rispondente al Rame puro, e la *CE* al puro Stagno, sicchè la differenza loro sia la linea *DE*, la quale si dividerà secondo la proporzione assegnata per la lega; come volendo 3 di Rame, e 2 di Stagno, si taglierà la linea *DE* nel punto *E* in maniera, che la *FE* verso lo Stagno sia 3 parti, e la *FD* verso il Rame parti 2, che si farà col dividere tutta la *DE* in cinque parti, lasciandone 3 verso *E*, e 2 verso *D*, e la linea *CF* sarà la nostra principale, qual fù poco di sopra la linea *B*, secondo la ragion della quale col semplice mezzo delle linee Aritmetiche si troveranno tutte l'altre misure, senza più ricorrere ad altre linee Metalliche, ò Stereometriche nel modo, che si è insegnato nella terza operazione.

DELLE LINEE POLIGRAFICHE,

E come con esse possiamo descrivere i Poligoni regolari, cioè le figure di molti lati, ed angoli eguali. Op. XXVI.

VOlgendo lo Strumento dall'altra parte, ci si rappresentano le linee più interiori nominate Poligrafiche dal loro uso principale, che è di descrivere sopra una linea proposta Figure di quanti lati, ed angoli eguali ci verrà ordinato, e questo facilmente conseguiremo pigliando con un Compasso la lunghezza della linea data, la quale si adatterà alli punti segnati 6. 6, dipoi senza muovere lo Strumento piglieremo l'intervallo trà i punti notati col numero, che numera i lati della figura, che descrivere vogliamo; come v. g. per descrivere una figura di 7 lati prenderemo l'intervallo trà li punti 7. 7, il quale sarà il semidiametro del Cerchio, che comprenderà l'Eptagono da descriversi; sicchè posta un' asta del Compasso ora sopra l'uno, e ora sopra l'altro termine della linea data, faremo sopra di essa un poco d'intersecazione con l'altra, e quivi fatto centro descriveremo con l'istessa apertura un cerchio occulto, il quale passando per i termini della data linea la riceverà 7 volte apunto nella sua circonferenza, onde l'Eptagono ne venga descritto.

Divisione della circonferenza del Cerchio in quante parti ci piacerà. Oper. XXVII.

COn queste linee si dividerà la circonferenza in molte parti operando per il converso della precedente operazione, pigliando il semidiametro del Cerchio dato, ed applicandolo al numero delle parti, nelle quali si hà da dividere il Cerchio, pigliando poi sempre l'intervallo de' punti 6. 6, il quale dividerà la circonferenza nelle parti, che si volevano.

ES-

ESPLICAZIONE DELLE LINEE TETRAGONICHE,

E come col mezzo d'esse si quadri il Cerchio, ed ogni altra figura regolare, e più come si trasmutino tutte, l'una nell' altra. Oper. XXVIII.

SOno queste linee Tetragoniche così dette dal loro uso principale, che è di quadrare tutte le superficie regolari, ed il Cerchio appresso; e ciò si fa con facilissima operazione: imperocchè volendo costituire un quadrato eguale a un dato Cerchio, altro non doviamo fare, salvo che prendere un Compasso il suo semidiametro, ed a questo, aprendo lo Strumento, aggiustare li due punti delle linee Tetragoniche segnati con li due piccioli Cerchietti, e non movendo lo strumento, se si prenderà col Compasso l'intervallo trà i punti delle medesime linee segnati 4.4, si avrà il lato del quadrato eguale al dato Cerchio. E non altrimenti quando volessimo il lato del Pentagono, ò dello Esagono eguali al medesimo Cerchio, si prenderà la distanza trà i punti 5. 5, ò quella trà i punti 6. 6, che tali sono i lati del Pentagono, ò dell' Esagono eguali al medesimo Cerchio.

In oltre, quando volessimo per il converso, dato un Quadrato, ò altro Poligono regolare, trovar un Cerchio ad esso eguale, preso un lato dal detto Poligono, ed accomodatolo al punto delle linee Tetragoniche rispondente al num. de' lati della figura proposta, si prenderà senza muover lo Strumento la distanza trà le note del Cerchio, la quale fatta semidiametro descriverà il Cerchio eguale al dato Poligono, ed in conclusione con quest' ordine potrassi ritrovare il lato di qualsivoglia

sivoglia figura regolare eguale a qualunque altra propostaci. Come v. g. dovendo noi costituire un'ottangolo eguale a un dato Pentagono, s'aggiusterà lo Strumento, sicchè il lato del Pentagono proposto s'accomodi alli punti 5. 5, e non mutando lo Strumento, l'intervallo frà li punti 8. 8 sarà il lato dell' ottangolo, che si cercava.

Come proposte diverse figure regolari, benchè trà di loro dissimili, se ne possa constituire una sola eguale a tutte quelle. Oper. XXIX.

LA resoluzione del presente Problema dipende dalla precedente operazione, e dalla X. di sopra dichiarata, perciocchè essendoci v. g. proposte queste figure, un Cerchio, un Triangolo, un Pentagono, ed un' Esagono, ed imposto, che troviamo un quadrato eguale a tutte le dette figure, prima per l'operazione precedente troveremo separatamente 4 quadrati eguali alle 4 dette figure; dipoi col mezzo dell'operazione X. troveremo un solo quadrato eguale a quelli 4, il quale senz'alcun dubio sarà eguale alle 4 figure proposte.

Come si possa costituire qualsivoglia figura regolare eguale ad ogn' altra irregolare, ma rettilinea figura proposta. Oper. XXX.

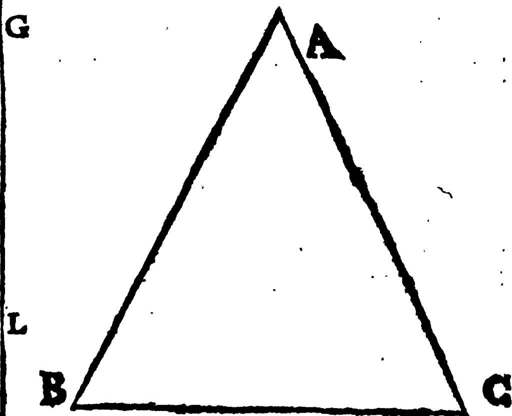
LA presente operazione è non meno utile, che curiosa, insegnandoci il modo, non pure di riquadrare tutte le superficie irregolari, ma di ridurle ò in cerchio, ò in qualsivoglia altra figura regolare: e perchè ogni rettilineo si risolve in triangoli, quando noi sapremo costituire un quadrato eguale a qualsivoglia triangolo, costituendo noi separatamente quadrati particolari eguali a ciaschedun triangolo, ne' quali il rettilineo dato si risolve, e poi con l'operazione X. riducendo tutti questi quadrati in un solo, sarà, come è manifesto, ritrovato il quadrato eguale al proposto rettilineo, il qual quadrato col mezzo delle linee Tetragoniche

potremo

potremo ad arbitrio nostro convertire in un Cerchio, in un Pentagono, ò in altra figura rettilinea regolare. Si è dunque la resoluzione del presente quesito ridotta a dover noi trovare un quadrato eguale a qualsivoglia triangolo proposto, il che con modo facilissimo si avrà dal Lemma seguente.

Lemma per le cose di dette sopra. Oper. XXXI.

SIaci dunque proposto di dover costituire un quadrato eguale al dato Triangolo *ABC*. Ponganſi da parte due linee ad angoli retti *DF. FG*, dipoi con un Compasso di quattro punte, che da una parte apra il doppio dell' altra, fermata nell' angolo *A* una delle maggiori aste, slarghisi l'altra finche girata intorno rada la linea opposta *BC*, dipoi voltando il Compasso notisi con le aste più brevi la distanza *FH*, che sarà la metà della perpendicolare cadente dall' angolo *A* sopra il lato opposto *BC*, il che fatto, prendesi pure con le maggiori aste la linea *BC*, la quale si trasporti in *FI*, e fermata



D H F K I E

una

una delle maggiori aste nel punto *I* slarghisi l'altra fino al punto *H*, e volgendo il compasso, senza stringerlo ò allargarlo, segnisi con le punte della metà la distanza *IK*, e fermata una di queste punte in *K* taglisi con l'altra la perpendicolare *FG* nel punto *L*, ed avremo la linea *LF* lato del quadrato eguale al triangolo *ABC*, ma notisi, che se bene abbiamo messa questa operazione fatta linealmente senza lo Strumento: non è però, che sopra lo Strumento ancora non si possa facilissimamente ritrovare; imperocchè, quando vorremo ridurre qualunque triangolo in quadrato come per esempio il Triangolo *ABC*, all'ora presa dall' angolo *A* la perpendicolare cadente sopra il lato opposto *BC*, considereremo sopra la scala Aritmetica quanti punti contenga, e trovato contenerne v. g. 45, applicheremo questa distanza trasversalmente al 45, delle linee Geometriche, pigliando poi la metà della linea *BC*, considereremo parimente quanti punti della medesima scala Aritmetica essa comprenda, e trovato contenerne per esempio 37, piglieremo trasversalmente dalle linee Geometriche la distanza trà essi punti 37, la quale ci darà la linea *D*, il cui quadrato sarà eguale al triangolo *ABC*.



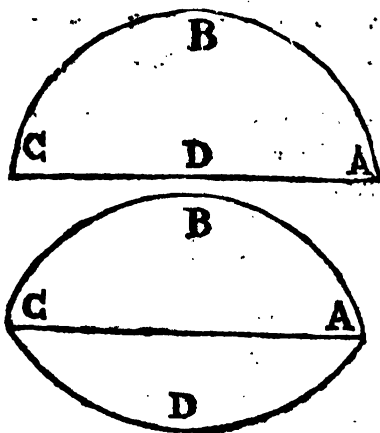
DELLE LINEE AGGIUNTE

Per la quadratura delle parti del Cerchio, e delle figure contenute da parti di circonferenze, ò da linee rette, e Curve insieme. Oper. XXXI.

REstano finalmente le due linee aggiunte, così dette, perchè aggiungono alle linee Tetragoniche quello, che in esse potria desiderarsi: cioè il modo di riquadrare le porzioni del cerchio, e le altre figure, che nel titolo si sono dette, e più distintamente di sotto si esplicheranno. Sono queste linee segnate con due ordini di numeri, de' quali lo esteriore comincia dal punto segnato con questa nota ꝗ seguitando poi li numeri 1. 2. 3. 4 sino in 18, l'altro ordine interiore comincia da questo segno |_|, seguitando poi 1. 2. 3. 4, ec. pur sino a' 18, col mezzo delle quali linee potremo primamente riquadrare qualsivoglia porzione di Cerchio propostaci, la quale però non sia maggiore di mezzo Cerchio, e l'uso acciò meglio s'intenda, con l'esempio s'esplicherà.

Vogliamo v. g. trovare il quadrato eguale alla porzione del Cerchio *ABC*. Dividasi la sua corda *AC* nel mezzo del punto *D*, e presa con un Compasso la distanza *AD* s'accommodi, aprendo lo Strumento, alli punti segnati ꝗꝗ, e lasciato lo Strumento in tale stato prendasi l'altezza della porzione, cioè la linea *DB*, e veggasi a quale de' punti dell' ordine esteriore tale altezza s'accomodi, che sia per esempio alli punti segnati 2. 2, il che fatto doviamo con un Compasso prender subito l'intervallo trà i punti 2. 2 dell' ordine interiore, e sopra una linea di questa grandezza si deve formare il quadrato, che sarà eguale alla por-

porzione *ABC*. E quando avessimo una superficie



contenuta da due porzioni di Cerchio simile alla presente figura *ABCD*, potremo facilmente ridurla in quadrato tirando la corda *AC*, dalla quale essa figura in due porzioni di cerchio vien divisa, di poi per la regola posta di sopra si troveranno due quadrati eguali alle due porzioni separate, e questi con l'intervento dell' oper. 10 si ridurranno in un solo, e sarà fatto il tutto.

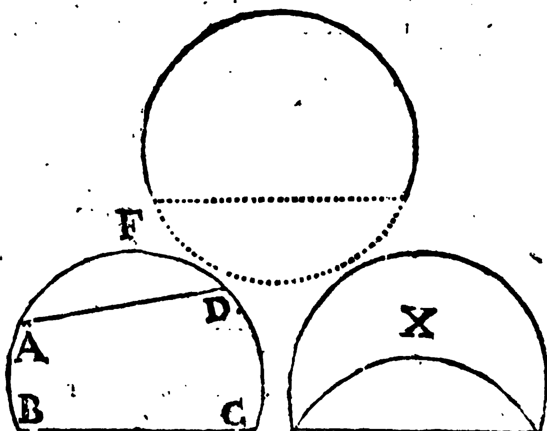
E con non dissimile operazione potrassi riquadrare ancora il settore del cerchio, perchè tirata la corda sotto la sua circonferenza sarà tagliato in una porzione di cerchio, e in un triangolo, le quali due parti, per le cose di sopra insegnate, potranno facilmente ridursi in due quadrati, e quelli poi in un solo.

Resta finalmente, che mostriamo, come le medesime linee ci possino servire per quadrare la porzione maggiore di mezzo Cerchio, il trapezio contenuto da due rette, e due curve, simile a quello della figura appresso *ABCD*, e la lunula simile alla *X*, le quali tutte operazioni hanno la medesima resoluzione: perchè quanto alla porzione maggiore del Cerchio, se noi quadreremo la rimanente porzione minore al modo di

sopra

ſopra inſegnato, e tale quadrato caveremo dal quadrato eguale a tutto 'l cerchio, il quadrato eguale al rimanente ſarà ancora, com'è manifeſto, eguale alla maggior porzione del Cerchio.

Parimente di tutta la porzione *BAFDC* trovatone il quadrato eguale, e da eſſo trattone il quadrato eguale alla porzione *AFB*, il quadrato rimanente pareggerà il trapezio; e ſimilmente procedendo nella Lunula *X* tirata la comune corda delle due porzioni di cerchio, ſi



prenderanno ſeparatamente i quadrati ad eſſe porzioni eguali, la differenza de' quali ſarà il quadrato eguale alla Lunula. Come poi delli due quadrati propoſti ſi poſſa trovare la differenza ridotta in un' altro quadrato, ſi è di ſopra nell' Oper. XI. con l'intervento delle linee Geometriche dichiarato.

Delle operazioni del Quadrante.

AGgiugnendo allo Strumento il Quadrante, nella ſua minore circonferenza abbiamo la Squadra de' Bombardieri diviſa ſecondo il ſolito in punti 12, l'uſo ordinario della quale è, che ſi metta una ſua coſta nel vacuo del pezzo, avendo prima ſoſpeſo il filo col perpendi-

pendicolo dal centro dello Strumento, il qual filo ci mostrerà, segando detta circonferenza, quanta elevazione abbia il pezzo: cioè se 1 punto ò 2, ò 3.

E perchè l'usar la Squadra in questa maniera non è senza pericolo, dovendo con l'uscir fuori de' Gabbioni, ò ripari scoprirci alla vista dell'inimico, perciò s'è pensato un'altro modo di far l'istesso con sicurtà, cioè con l'applicare la Squadra presso al focone del pezzo. Ma perchè l'anima di dentro non è parallela con la superficie di fuori, essendo il Metallo più grosso verso la culatta, bisogna supplire a tal difetto con l'allungare quell'asta della Squadra, che riguarda verso la gioja, aggiugnendovi la sua zanca mobile, il che si farà aggiustando prima una sol volta il pezzo a livello, e poi posando verso il focone la Squadra, con la zanca allungheremo il piede interiore, sinchè il perpendicolo seghi il punto 6, e fermata la zanca con la sua vite, segneremo una Linietta sopra la costa dello Strumento, dove viene a terminar la Cassella della detta zanca, acciò in ogni occasione la possiamo mettere a segno, e poi se vorremo dare un punto d'elevazione, bisognerà alzare il pezzo tanto, che il filo seghi il numero 7, se vorremo 2 punti, dovrà seghar l'8, ec.

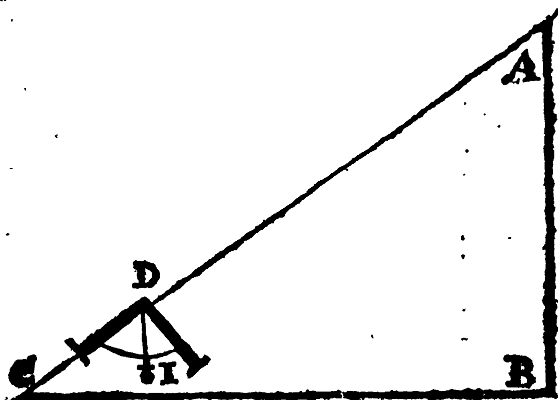
LA divisione, che segue appresso è il Quadrante Astronomico, l'uso del quale, essendo stato trattato da altri, non sarà quì dichiarato altrimente.

L'Altra circonferenza, che segue appresso, e che si vede divisa d'alcune linee trasversali, è per prender l'inclinazione della scarpa di tutte le muraglie, cominciando da quelle, che averanno per ogni 10 d'altezza uno di pendenza, sino a quelle, che abbino uno di pendenza per ogni uno, e mezzo d'altezza.

Volendo servirci di tale Strumento, dobbiamo sospendere il filo da quel piccolo foro, che si vede al principio della Squadra di Bombardieri; dipoi accostandoci alla muraglia pendente gl'applicheremo sopra la costa opposta dello Strumento: avvertendo dove taglierà il filo, perchè segando, per esempio, il numero 5, diremo, quella tal muraglia aver per ogni 5 braccia d'altezza 1 di pendenza, similmente tagliando il numero 4, diremo, aver 1 di pendenza per ogni 4 d'altezza.

Diversi

Diversi modi per misurar con la vista, e prima delle altezze perpendicolari, alla radice delle quali si possa accostare, e discostare.

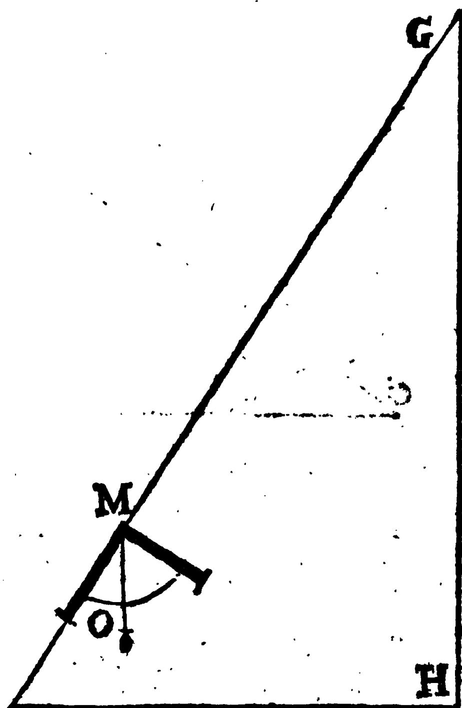


L'Ultima circonferenza divisa in 200 parti è una scala per misurar altezze, distanze, e profondità col mezzo della vista. E prima, cominciando dall' Altezze, mostreremo diverse maniere di misurarle, facendo principio dall' Altezze perpendicolari, alla radice delle quali ci possiamo accostare. Come saria, se volessimo misurar l'altezza della Torre *AB*: venendo nel punto *B* ci discosteremo verso *C* caminando 100 passi, ò 100 altre misure, e fermatici nel luogo *C*, traguarderemo con una costa dello Strumento l'altezza *A*, come si vede secondo la costa *CDA*, notando i punti tagliati dal filo *DI*, i quali se saranno nel centinajo opposto all' occhio, come si vede nell' esempio proposto per l'Arco *I*, quanti saranno detti punti, tanti passi (ò altre delle misure, che avremo misurate in terra) diremo contenere l'altezza *AB*.

Ma se il filo taglierà l'altro centinajo, come si vede nella seguente figura. Volendo misurar l'altezza *GH*,

D   sendo

sendo l'occhio in *I*, dove il filo taglia i punti *MO*, allora, preso il numero di detti punti, divideremo per esso il numero 10000, e l'avvenimento sarà il numero delle misure, che nell' altezza *GH* si conterranno: come v. g. se il filo avesse tagliato il punto 50: dividendo 10000 per 50, avremo 200, e tante saranno le misure dell'altezza *GH*.



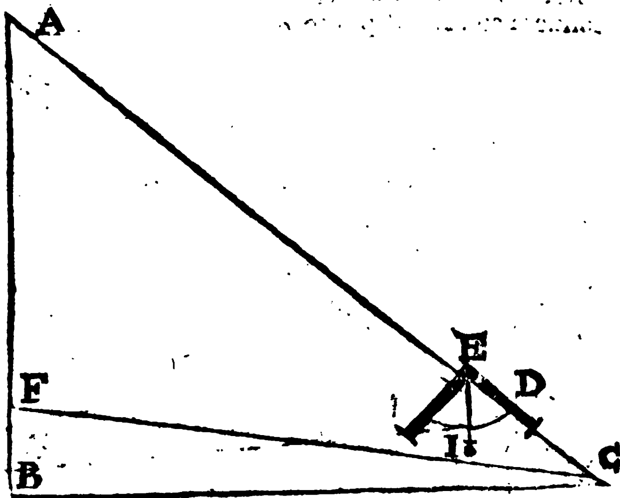
E perchè abbiamo veduto, che alle volte il filo segherà il centinajo opposto alla costa, per la quale si traguarda, e tal volta ancora taglierà il centinajo contiguo a detta costa, e questo potrà avvenire in molte delle operazioni seguenti; però per regola universale, s' avvertirà sempre, che, quando il filo taglierà il primo centinajo contiguo a detta costa, si deve dividere 10000 per il num. tagliato dal filo, seguendo poi nel resto nell' operazione la regola, che sarà scritta: perchè noi negli esempi seguenti supporremo sempre, che il filo tagli l' altro centinajo.

Ma acciocchè tanto più si scorga la moltitudine delli usi di questo nostro Strumento, voglio, che i computi più laboriosi, che nelle regole per misurar con la vista

ci

ci occorreranno, siano senza fatica alcuna, e con somma brevità ritrovati col mezzo del Compasso sopra le linee Aritmetiche. E facendo principio dalla presente operazione per quelli, che non sapessero partire 10000 per quel num. tagliato dal perpendicolo: dico, che si pigli rettamente sempre 100 dalle linee Aritmetiche, e che trasversalmente s'accomodi al numero de punti tagliati da esso perpendicolo: pigliando poi pur trasversalmente senza muover lo Strumento la distanza trà i punti 100, la quale misurata rettamente ci darà l'altezza cercata. Come v. g. se il filo avesse tagliato a 77: pigliando dalle linee Aritmetiche 100 rettamente, applicalo trasversalmente al 77, e subito prendi pur trasversalmente l'intervallo trà i punti 100, e torna a misurarlo rettamente, e troverai contenere punti 130, e tante misure dirai contenersi nell'altezza, che misurar volevamo.

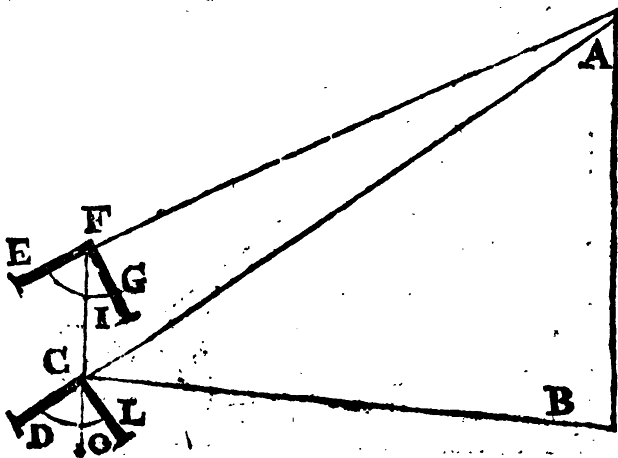
In altra maniera potremo misurar una simil' altezza, senza obbligarci a misurar in terra le 100 misure, nel modo, che si farà manifesto. Come se per esempio volessimo dal punto C misurar l'altezza della Torre AB.



 Drizz-

Drizzando la costa dello Strumento *CDE* alla sommità *A*, noteremo li punti tagliati dal filo *EI*, quali siano per esempio 80, dipoi senza muoverci di luogo, abbassando solamente lo Strumento, traguarderemo qualche segno più basso, che sia posto nella medesima Torre, come saria il punto *F*, notando il numero de punti tagliati dal filo, il quale sia v. g. 5: veggasi poi quante volte questo minor numero 5 sia contenuto nell' altro 80, (che è 16 volte) e 16 volte diremo, la distanza *FB* esser contenuta in tutta l'altezza *BA*, e perchè il punto *BF* è basso, potremo tale altezza *BF* con un' asta, ò altro facilmente misurare, e così venir in cognizione dell' altezza *BA*; avvertendo, che nel misurar l'altezze noi ritroviamo, e misuriamo solamente l'altezze sopra l'orizonte del nostr' occhio, talchè, quando dett' occhio sarà più alto della radice, o base della cosa misurata; bisognerà aggiugner all' altezza trovata per via dello Strumento quel tanto di più, che l'occhio sopravanza detta radice.

Il terzo modo di misurar una simile altezza sarà con l'alzarci, ed abbassarci: come volendo misurar l'altezza *AB*, costituendo lo Strumento in qualche luogo elevato da terra, come saria nel punto *F*, traguardaremo secondo la costa *FE* il punto *A* notando i punti *GI*, ta-

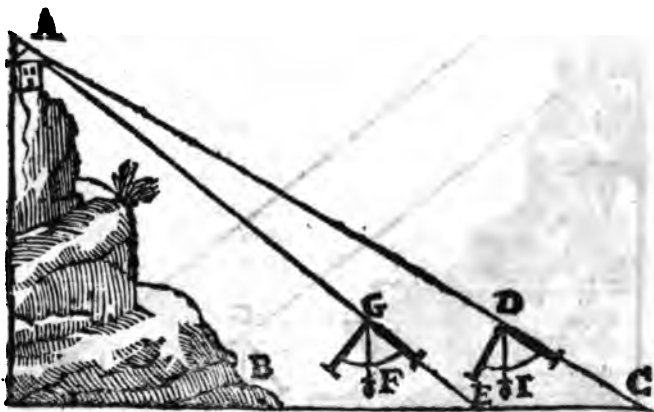


gliati

gliati dal filo, quali siano per esempio 65, dipoi scendendo al basso, e venendo perpendicolarmente sotto il punto F, come saria nel punto C, traguardaremo la medesima altezza secondo la costa DC notando i punti LO, quali saranno più degli altri come v. g. 70, di poi prendasi la differenza trà questi due numeri 65, e 70, che è 5, e quante volte essa è contenuta nel maggior de detti numeri cioè in 70, (che vi sarà contenuta 14 volte) tante volte diremo l'altezza BA contenere la distanza CF, la quale misureremo, potendolo noi fare comodamente, e così verremo in cognizione di tutta l'altezza AB.

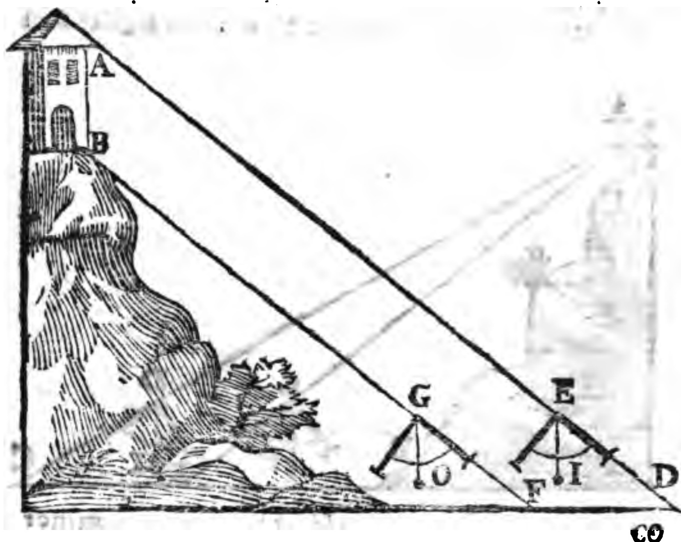
E Volendo noi misurar un altezza, la cui radice non si vedesse, come saria l'altezza del Monte AB; sendo nel punto C traguarderemo la sommità A notando i punti I tagliati dal perpendicolo DI, i quali siano, per esempio 20, dipoi accostandoci verso il Monte 100 passi innanzi, venendo nel punto E traguarderemo l'istessa sommità, notando i punti F, i quali siano 22, il che fatto devonsi multiplicare trà loro questi due numeri 20, e 22, fanno 440, e questo si divida per la differenza delli medesimi numeri, cioè per 2, ne viene 220, e tanti passi diremo esser' alto il Monte.

Il computo si troverà sopra lo Strumento pigliando il



minor numero de' punti tagliati rettamente sopra le linee Aritmetiche, ed applicandolo poi trasversalmente alla differenza delli due numeri de punti, pigliando in oltre trasversalmente l'altro numero de' punti, il quale misurato rettamente ci darà l'altezza cercata: come se per esempio, i punti tagliati fossero stati 42, e 58; preso 42 rettamente, buttisi trasversalmente alla differenza de i detti numeri, cioè al 16, ò non potendo, al suo doppio, triplo, quadruplo, ec. Sia al quadruplo, che è 64, e preso poi il 58, è il suo quadruplo cioè 232; e misurato rettamente ci darà 152, e un quarto, che è il proposito.

POssiamo in oltre col medesimo Strumento misurare un' altezza posta sopra un' altra, come se volessimo misurare l'altezza della Torre *AB* posta sopra 'l Monte *BC*. Prima sendo nel punto *D* traguarderemo la sommità della Torre *A*, notando i punti tagliati dal filo *EI*, li quali siano v. g. 18, poi, lasciando un' asta piantata nel punto *D*, venghiamo avanti fintanto, che traguardando la base della Torre, cioè il punto *E* il perpendicolo



GO tagli il medesimo numero 18, il che sia, quando saremo venuti al punto *F*, dipoi misurinsi i passi trà le due Stazioni *DF*, quali siano per esempio 130; e questo numero si multiplichi per 18 punti, nè verrà 2340, il qual numero si divida per 100, nè viene 23, e due quinti, e tanti passi sarà alta la Torre *AB*.

Il computo sopra lo Strumento si farà col pigliare rettamente il numero de passi, ò quello de punti, applicandolo poi trasversal mente al 100, prendendo poi l'altro pur trasversalmente, e misurandolo rettamente. Come se v. g. i punti fossero stati 64, e i passi 146; preso 64 rettamente, ed applicatolo trasversalmente al 100, e preso poi trasversalmente 146, e misuratolo rettamente ci darà 93, e mezzo in circa, quanta è l'altezza, che si cercava.

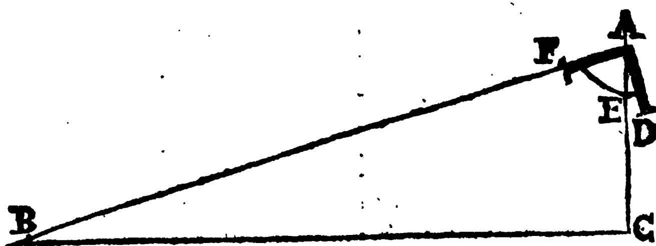


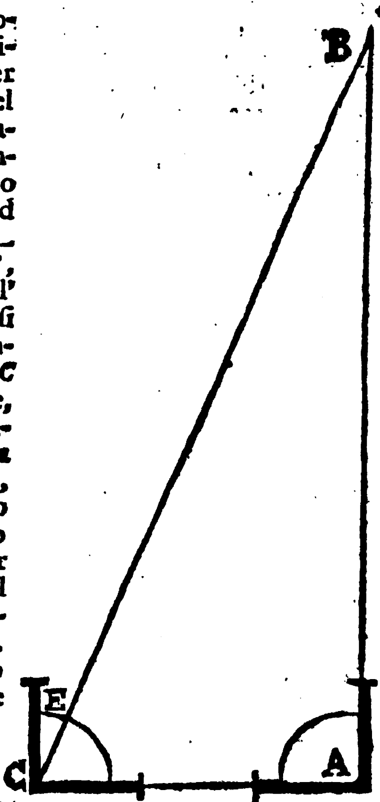
Quanto alle profondità due modi avremo per misurarle, ed il primo sarà per misurar la profondità contenuta trà le linee Parallele, come saria la profondità d'un Pozzo, ovvero l'altezza d'una Torre, quando noi fossimo sopra di essa, come per esempio, sia un Pozzo *ABCD* contenuto trà le linee Parallele *AC*, *DB*, e voltando l'angolo dello Strumento verso l'occhio *E*, si traguar di secondo la costa *EF*, in maniera, che il raggio della vista passi per li punti *BC*, notando il numero tagliato dal filo, il quale sia verbi grazia 5, e poi si consideri quante volte questo numero 5 entra in 100, e tante volte diremo, la larghezza *BA* esser contenuta nella profondità *B D*.

L'Altro modo sarà per misurar' una profondità, della quale non si vedesse la radice; come se fossimo sopra il Monte *BA*, e volessimo misurar la sua altezza sopra il piano della Campagna: in tal caso alziamoci sopra il Monte salendo sopra qualche Casa, Torre, ò Albero, come si vede nella presente figura, e costituendo l'occhio nel punto *F* traguarderemo qualche segno posto nella Campagna, come si vede per il punto *C*, notando i pun. tagliati dal filo *FG*, che siano v.g. 32, dipoi scendendo nel punto *D* traguardisi il medesimo segno *C* con la costa *DE* notando parrimente i punti *AI*, che siano 30, e presa la differenza di questi due numeri, cioè 2, veggasi quante volte entra nel minor delli due numeri, è veduto, che vi entra 15 volte diremo, l'altezza del Monte essere 15 volte più dell' altezza *FD*, la quale potendola noi misurare, ci farà venire in notizia di quanto cercavamo.

PAssando al misurar le distanze, come saria una larghezza d'un fiume venendo sopra la ripa, ò altro luogo eminente, sicceme nell' esempio si vede, nel qual

qual volendo noi misurar la larghezza *CB*, venendo nel punto *A*, traguarderemo con la costa *AF* l'estremità *B* notando i punti *D E* tagliati dal perpendicolo, quali siano verbi grazia 5, e quante volte questo numero entra in 100, tante volte diremo, l'altezza *AC* entrare nella larghezza *CB*. misurando dunque quanta sia tale altezza *AC*, e pigliandola 20 volte, averemo la larghezza cercata.



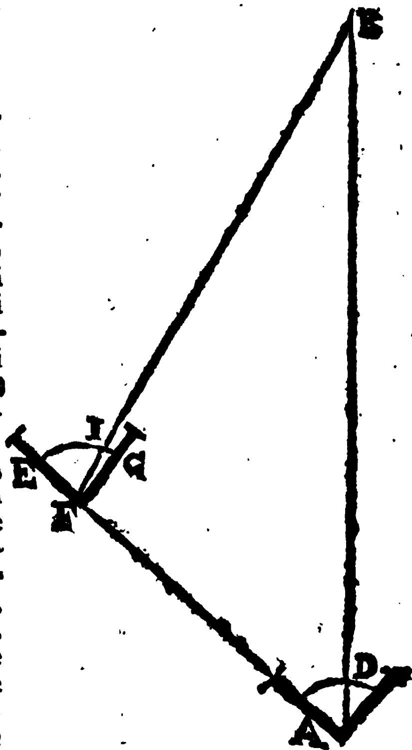


POssiamo in altro modo misurare una simile distanza: come per esempio, sendo noi nel punto *A* vogliamo trovare la distanza sino al punto *B*. Constituiscasi lo Strumento in piano, ed una delle sue coste sia drizzata verso il punto *B*, e secondo la drittura dell' altra costa traguardisi verso il punto *C*, misurando sopra la drittura *A C* 100 passi, ò altre misure, e lascisi piantata nel punto *A* un' asta, ed un' altra si ponga nel punto *C*, dipoi venendo nel punto *C* si drizzi una costa dello Strumento verso *A*, e per l'angolo *C* si traguardi il medesimo segno *B* notando sopra il quadrante, qual punto venga segato dal raggio della vista, che sia il punto *E*, e preso tal numero dividasi per esso 10000, e quello, che ne verrà, sarà il numero de passi, ò altre misure, che saranno trà il punto *A*, e'l segno *B*.

MA quando non ci fosse permesso di poter moverci le 100 misure sopra una linea, che facesse angolo retto col primo traguardo, in tal caso procederemo altrimenti, come v. g. essendo noi nel punto *A*, e volendo pigliare la distanza *A B*, nè potendo camminare per altra strada, che per la *A E*, la quale con la drittura *A B* fa angolo acuto, per conseguire ad ogni modo il nostro intento aggiusteremo una costa dello Strumento primo alla strada, come si vede per la linea *A F*, e

sen-

ſenza mover lo Strumento traguarderemo per l'angolo *A* il punto *B* notando i punti tagliati dal raggio *AD*, quali ſiano per eſempio 60, dipoi laſciando nel punto *A* un'aſta, ne faremo mettere ſopra la linea *AE* un' altra lontana 100 paſſi, quale ſia nel punto *F*, dove coſtituiremo l'angolo dello Strumento, aggiuſtando la coſta *EF* all' aſta *A*, e per l'angolo *F* traguarderemo il medeſimo ſegno *B* notando i punti *GI*, quali ſiano v. g. 48: volendo dunque da queſti numeri 60, e 48 trovare la lontananza *AB*, multiplica il primo in ſe ſteſſo, fa 3600, aggiugnili poi 10000 fa 13600, e di queſto numero piglia la radice quadrata ſarà 117. in circa, e queſta multiplica per 100, fa 11700, e finalmente dividi queſto numero per la differenza delli due primi numeri 60, e 48, cioè per 12 ne verrà 975, e tanti paſſi ſenza alcun dubio ſarà la diſtanza *AB*.

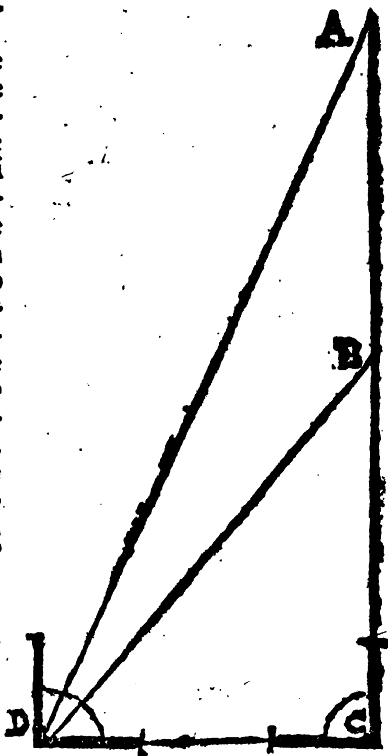


Troveraſſi la calcolazione di queſta operazione ſopra lo Strumento, come nel ſottopoſto eſempio ſi eſpone. Siano v. g. i punti tagliati da due raggi l'uno 74, e l'altro 36, e per trovare detto computo; aggiuſta prima lo Strumento, ſicchè le linee Aritmetiche ſiano trà di loro ad angoli retti, il che farai col prendere 100 punti rettamente da eſſe, e queſti applicare col Compaſſo alle medeſime traſverſalmente, in maniera che poſta

una

una delle aste nel punto 80, l'altra caschi nel 60, e questa regola d'aggiustare le dette linee a squadra si tenga a memoria per altri bisogni; fatto questo prendi la distanza trasversale trà il punto 100, e il maggior de due num. tagliati da raggi, che quì è 74, la qual distanza presa devi aggiustare trasversalmente alla differenza de due numeri de punti tagliati da raggi, che quì è 38, e se non potessi per la picciolezza di questo numero serviti del suo doppio, triplo, ò quadruplo, e quì per esempio applicala al suo triplo, che è 114, e immediatamente piglia la distanza pur trasversale trà li punti 100, la quale misurata rettamente, e presa una, due, trè, ò quattro volte, ti darà la distanza cercata. Misurala dunque nel presente esempio, e troverai la 109, sicchè triplicata ti darà 327, quanta prossimamente è la distanza, che misurar volevamo.

SEguita, che veggiamo il modo di misurar l'intervallo trà due luogi da noi lontani, e prima diremo del modo, quando da qualche sito potessimo vederli ambedue per la medesima linea retta; come mostra il presente esempio, nel quale volendo noi misurar l'intervallo trà i punti *B A* stando nel punto *C*, di dove appariscono per la medesima linea *C B A*: prima, aggiustata un'asta dello Strumento a tale drittura, si traguarderà per l'altro verso *D*, dove pianteremo un'asta lontana dal punto *C* 100 misure, avendone una simile piantata nel punto *C*, e venendo al luogo *D* aggiusteremo-



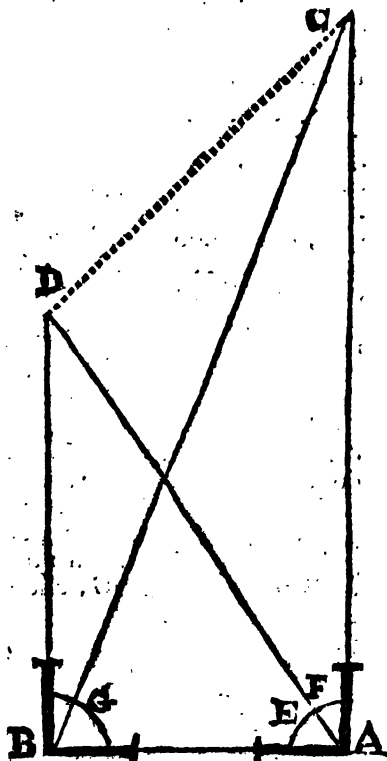
mo una costa dello Strumento alla drittura *DC* traguardando per l'angolo *D* li due luoghi *B A*, e notando i numeri tagliati da raggi, che siano per esempio 25, e 20, per i quali due numeri, si deve dividere 10000, e la differenza delli due avvenimenti sarà la distanza *B A*.

MA se volendo noi misurar la distanza trà i due luoghi *G D*, non potessimo venire in sito tale, che l'uno, e l'altro ci apparisse per la medesima drittura, in questo caso procederemo come appresso si dirà. Sia dunque, che stando noi nel luogo *A* vogliamo investigare la lontananza trà i due luogi *C D*. Prima aggiustata una costa dello Strumento al punto *C*, come si vede per la linea *A B C*, traguardisi per l'angolo l'altro punto *D*, notando i punti *E F* tagliati dal raggio *A F D*, che siano v. g. 20, e senza muover lo Strumento, si traguardi per l'altra costa verso il punto *B*, lasciando in *A* un' asta, e un' altra facendone porre sopra la drittura *A B*, di poi camminando per tale drittura verremo in *B*, discostandoci dall' altr' asta tanto, che ricostituita una costa dello Strumento sopra la linea *B A*, l'altra costa ferisca il punto *D*, come apparisce per la linea *B D*, e dall' angolo *B* traguarderemo il punto *G*, notando il numero tagliato dal raggio *B G*, che sia v. g. 15, finalmente si misureranno i passi trà le due stazioni *A B*, quali siano, per esempio 160, e venendo all' operazione Aritmetica, prima si multiplicherà il numero de passi trà le due stazioni, cioè 160 per 100 fa 160000, e questo si deve divider per i due numeri de punti separatamente, cioè per 20, e per 15, e ne veranno i due numeri 800, e 1007, de quali se ne deve pigliar la differenza, che è 267, e questa si deve multiplicar in se stessa fa 71289, e questo numero si deve aggiugnere al quadrato del numero de passi, cioè di 160, che è 25600, e in tutto sarà 96889, del qual numero si deve prendere la radice quadrata, che è 311, e tanti passi diremo esser trà li due luogi *C D*.

Come poi si possa ritrovare il computo sopra lo Strumento, faremo col sottoposto esempio manifesto. Siano v. g. li due numeri tagliati da raggi 60, e 34; e il numero de passi 116, e venendo all' operazione. Prendi sempre 100 dalle linee Aritmetiche rettamente,

e ap-

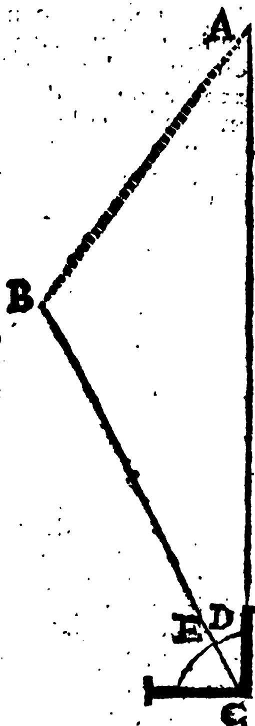
ed applicalo trasversalmente al maggior numero de due tagliati da raggi, che qui è 60, e subito prendi pur trasversalmente il numero de passi, che qui è 116, e questo intervallo accomoderai trasversalmente all' altro numero de' raggi, che qui è 34, e se non puoi, applicalo al suo doppio, triplo, quadruplo, ò quello, che più ti tornerà comodo: sia per ora al suo quadruplo, cioè al 136, il che fatto, prendi trasversalmente il numero, che è la differenza trà li due numeri de raggi, che qui è 26, ò pure piglia il suo doppio, triplo, o quadruplo sécondo, che poco fa si fece l'applicazione, onde in questo caso devi pigliare il suo quadruplo, cioè 104, e questa distanza misurerai rettamente, salvando in memoria il numero, che essa conterrà, che nel presente esempio sarà 148. Aggiusta finalmente le linee Aritmetiche a squadra al modo di sopra dichiarato, il che fatto piglia trasversalmente l'intervallo trà il numero, che salvasti in memoria, ed il numero de passi, cioè trà il 148 da una parte, ed il 116 dall' altra, e questo misura rettamente, e troverai 188, quanta a punto è la distanza cercata *E D C*.



E finalmente quando noi non potessimo moverci nella maniera, che ricerca la passata operazione potremo pure nondimeno trovare la lontananza trà due luoghi da noi distanti in altra maniera, ed il modo sarà tale,

Sendo

Sendo noi per esempio nel punto *C*, e volendo ritrovar la distanza tra i due luoghi *AB*; prima secondo alcuno de modi dichiarati di sopra misuriamo separatamente le distanze trà il punto *C*, e l'*A*, e l'altra trà l'istesso *C*, ed il punto *B*, e sia per esempio la prima passi 850, e l'altra 530, e venendo nel segno *C*, aggiustando una costa dello Strumento al punto *A*, come si vede per la linea *C D A*, traguardisi per l'angolo *C* l'altro termine *B*, notando il numero de' punti *D E* tagliati dal raggio, che siano v. g. 15; multiplica poi questo numero in se stesso fa 225, ed a questo aggiugni 10000, fa 10225, del quale prendi la radice quadrata, che è 101, multiplica poi la minor distanza, cioè 530 per 100, fa 53000, il quale si divida per la radice pur ora trovata, ne viene 525, e questo multiplica per la maggior distanza, cioè per 850, fa 446250, il qual numero deve esser finalmente duplicato fa 892500; dipoi devonsi multiplicar separatamente le due distanze ciascuna in se stessa fanno 722500, e 280900, e questi numeri si devono congiugnere insieme fanno 1003400, del qual num. si caverà quel duplicato di sopra, cioè 892500, resterà 110900, la cui radice, che è 347 sarà la distanza desiderata trà gli due luoghi *A. B.*



Con notabil diminuzione di fatica potremo fare il computo presente sopra le linee Aritmetiche, e il modo si farà con un esempio manifesto. Pongasi, che la maggior distanza sia stata passi 230, e la minore 104, e il numero de punti tagliati dal raggio 58. Metti le linee Aritmetiche a squadra, e posta un asta del Compasso nel punto 100, slarga l'altra in traverso fino al numero de punti tagliati dal raggio, che qui è 58, e considera

quanto

quanto è questo spazio misurato rettamente, e lo troverai esser prossimamente 116, il che salva in mente. Piglia poi rettamente il detto numero 58, che fù de' punti tagliati dal raggio, ed apri lo Strumento, sin che questa distanza s'aggiusti in traverso trà il punto del 100, e quello del 116, che salvasti in mente, e non movendo più lo Strumento, prendi col Compasso la distanza trasversale trà li due numeri de passi, cioè 230, e 104, e questa misurata rettamente, ti darà in fine punti 150, quanta è veramente la distanza *AB*.

QUeste sole regole per misurar con la vista, ò giudicato, discreto Lettore, bastar per ora aver descritte; non che secondo queste sole si possa col presente Strumento operare, essendocene moltissime altre, ma per non mi diffondere in lunghi discorsi senza necessità, essendo sicuro, che qualunque di mediocre ingegno avrà comprese le già dichiarate, potrà per se stesso ritrovarne altre accommodate ad ogni caso particolare, che occorrer gli potesse.

Ma non solamente avrei potuto diffondermi più assai nelle Regole del misurar con la vista; ma molto, e molto più ampliarmi, nel mostrare la resoluzione, posso dire d'infiniti altri Problemi di Geometria, e di Aritmetica, i quali con le altre linee del nostro Strumento risolver si possono, poichè, e quanti ne sono trà gl' Elementi d'Euclide, ed in molti altri Autori, vengono da me con brevissime, e facilissime maniere risoluti, ma come da principio si è detto la mia presente intenzione è stata di parlar con persone militari solamente, e di pochissime altre cose, fuori di quelle, che a simili professori appartengono, riservandomi in altra occasione a publicare insieme con la fabbrica dello Strumento una più ampla descrizzione de suoi usi.

IL FINE.

ANNOTAZIONI
DI
MATTIA
BERNAGGERI,

Nella prima parte delle quali con fondamenti Geometrici s'insegna l'artificiosa construzzione, e divisione d'esso Strumento.

Nella seconda si propongono le dimostrazioni, e fondamenti di tutti li Problemi del Sig. Galileo.

Nella Terza si dimostra l'uso del medesimo Strumento nel risolvere i Problemi, sì d'Euclide, come degl' altri.

DELLE ANNOTAZIONI.

PARTE PRIMA,

Nella quale s'insegna la Fabbrica dello Strumento delle Proporzioni.



L'Autore di questo Strumento nel precedente Trattato à tralasciato, non senza ragione, il modo di fabbricarlo; perciocchè il di lui instituto fù solamente di guidare i suoi Scolari alla pratica, ed all' uso dello Strumento già fabbricato, e perciò solamente sodisfare a quelli, i quali la cagione nella Geometria, o non vogliano imparare, o non possono.

Nulladimeno per sodisfare anco a quelli, i quali usano diligenza di interamente intendere tal nobile Strumento, nè temerariamente per la sola imitazione si fidano de già fabbricati, dimostrarò in qual maniera essi devino dar di mano all' opera, ed instituire l'esatta divisione artificiosa di tutte le linee del sopradetto Strumento.

Faccianfi adunque due Regole totalmente eguali d'Ottone, o altra materia solida, non sottoposta ad incurvarsi. E quantunque possi la materia pigliarsi di grandezza a proprio piacere, sarà nulladimeno molto commodo il farle d'un piede in lunghezza, e di due dita in larghezza l'una, e l'altra Regola da una delle sue estremità, come da centro abbia descritti cerchi eguali, i quali soprapposti s'imoponghino, e si congiunghino con un chiodo tondo inguisa, che intorno di lui si possino le Regole muovere uniformamente, e secondo che faccia di mestiere costringersi, e dilattarsi, in modo che, fatta la massima dilatazione, le Regole siano poste per diretto, ciòè a dire, costituiscano una linea retta di due piedi di lunghezza.

Ma per causa delli due cerchi già detti in una delle suddette regole le divisioni delle linèe non possano giugnere al centro, perciò torna molto in acconcio il conficcare congruentemente due altre làmine rettangole, nel piano però delle due Règole nel predetto modo congionte; in guisa che gli Angoli dell'uno, e l'altro convenghino nel centro, ed in esse le divisioni delle lineè s'inscrivino; il che nelle linee Aritmetiche succede con molta commodità; perciocchè in simil guisa da quelle i numeri, ancorchè minimi, e perciò l'unità ancora potremo pigliare: Il che altrimente non si puole, salvo, che con lunghezze eseguire.

E per incominciare a dar modo di formar la divisione delle linee, è tanto grande l'eccellenza di questo Strumento, ed il di lui uso così amplo, che molte linee in qualunque maniera divise in lui possono esser inscritte, col benefizio delle quali, data qualunque altra linea, potiamo noi dividere nella proporzione medesima, nella quale quelle divise si ritrovano. Ma perchè il voler di tutte discorrere sarebbe cosa infinita, oltre che alla propria fatica di ciascuno qualche cosa lasciar si deve, con la quale ogn'uno potrà ritrovare altri usi di questo nobilissimo Strumento, così anco meditando ritroverà le divisioni, secondo che gli occorre, e gli bisogna: apportaremo le più riguardevoli solamente, ed oltre a quelle dell'Autore due. E quantunque si tirino nell'una, e l'altra Règola tutte le cose eguali di tutte le divisioni dal centro dello Strumento, in guisa che nell'estrema parte d'esso dalla metà del piano si dilunghino egualmente, nulladimeno, perchè dall'una, e l'altra parte, è la medesima raggione della divisione in esse d'una linea solamente si farà menzione, così anco per fuggire la confusione, ciascheduna linea si segnarà con lettera d'alfabetto, siccome si vede espresso nella figura in Rame.

1. La linea Aritmetica, la quale è contrassegnata con la Lettera A.

COme questa linea Aritmetica è più in uso dell'altre, così nel nostro Strumento tiene il primo luogo, e con questo nome si chiama, per esser ella divisa secondo

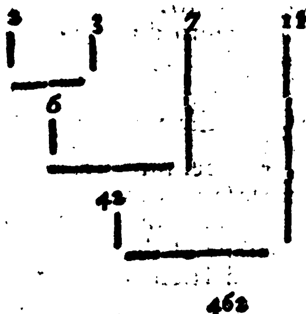
l'Aritmetica proporzione, cioè a dire, con un'eccesso eguale, e venghi divisa in tante particelle eguali, quante piacciano, secondo il proprio arbitrio, le quali giova siano molte, secondo che però vien permesso dalla longhezza dello Strumento. Sono alcuni, che in cento particelle, altri ducento dividono tutta la lunghezza, sebene l'Autore alla divisione di 250 s'appiglia, e quantunque la divisione in parti eguali ne' numeri composti sia molto volgare, e facile; nondimeno molto più commodamente si farà da quello, il quale sarà instrutto nella Dottrina del numero primo, e composto, così parimente se sarà erudito nel ritrovare bene i primi divisori di qualunque numero; la qual dottrina insegnata da Ramo lib. 1. della sua Aritmetica c. 7, e non lontana gran cosa dal nostro instituto alla sfuggita la fraporremo quì.

Egli è dunque il numero primo quello, il quale da altro numero, fuori che da se stesso, non puol venir diviso, nella qual maniera sono 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 47, ec. Il numero composto all' incontro è quello, il quale puol esser anco da un' altro diviso, come il 4 è numero composto, perchè puol esser diviso per 2, così il 6 per 2, ovvero per 3, così il 12, per 2. 3. 4, e 6.

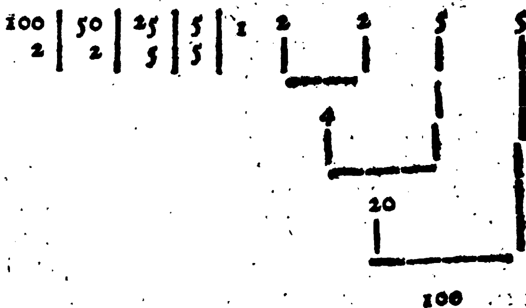
Si ritrovano poi i primi divisori de' numeri composti, se il dato composto numero fino a quanto si puole, dal minimo primo venga diviso, e il numero quoziente, ò per il medesimo primo, ovvero per un' altro seguente fino a tanto si divida, che finalmente il quoziente sia primo. Sia per cagion d'esempio il dato composto 462, i di cui primi divisori faccia mestiere di ritrovare. Si divida dunque il dato numero da principio per 2. Il quoziente sarà 231, il quale di nuovo diviso per il seguente primo 3, e nè nascerà il quoziente 77, il quale certamente non per l'immediato seguente primo 5, (avvenga che non si possi) ma per 7 mentre venghi diviso, ne nascerà il quoziente 11, ed esso è numero primo.

462	231	77	11
2	3	7	

Per tanto il dato numero composto a questi quattro divisori primi 2. 3. 7. 11, dalli quali continuamente multiplicati quell'istesso si formerà.



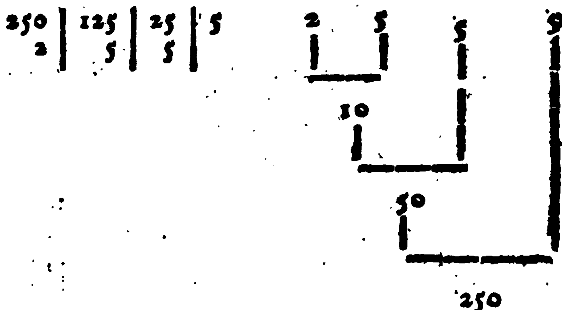
E per ritornare al nostro instituto, quando piacerà dividere una linea proposta in 100 particelle eguali, primieramente si cerchino i divisori primi di questo numero, i quali nell'insegnata maniera si ritroveranno essere 2. 2. 5. 5.



Dal che raccolgo, la linea proposta doversi prima dividere in due parti eguali, e di queste qual tu vuoi di nuovo in due, e di queste qual piace in 5, e di queste qual piace di nuovo in 5, conforme i primi divisori sono ordinatamente succedenti, e sarà tutta la linea divisa in 100 particelle cercate. Così ancora se a noi ci sia imposto dividere la medesima in 1000 parti; cercati primieramente i primi divisori di questo numero, i quali

quali sono 2. 2. 2. 5. 5. 5, si farà primieramente la divisione in due parti eguali, dopoi di ciascheduna di nuovo in due ecc; conforme l'ordine de' divisori, e si averanno le parti ricercate.

Così 250, il qual numero per il nostro Strumento di longhezza d'un piede pare, che sia comodissimo, ha per divisori primi 2. 5. 5. 5.



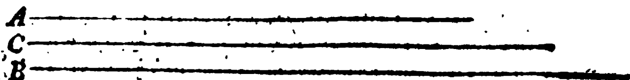
Si deve dunque la linea primieramente dividere in due parti, e di queste ciascheduna deve nuovamente dividersi in 5, la quale subdivisione trè volte replicata sarà la linea Aritmetica apparecchiata all' uso. Benchè non faccia di bisogno nella distribuzione tener precisamente l'ordine de' divisori primi, potendosi pigliare in primo luogo, o l'ultimo, ovvero l'intermedio d'essi divisori.

Ma dalla linea così distribuita si pigli la longhezza primieramente di 11, poi di 101 di tali particelle, e nel piano dello Strumento da un lato l'una, e l'altra si descriva, e quello certamente in 10, questa in 100 parti eguali si distribuisca. Queste due linee l'abbiamo noi nella figura sotto le Lettere *X. Z* dimostrate, l'uso delle quali nella terza parte di queste Annotazioni s'nsegnarà.

2. *Linea Geometrica sotto la Lettera* B.

QUesta linea ha de piani simili i lati Homologi, i quali dall' unità con ordine naturale ascendono fino che piace; all' Autore certamente fino al 50,

a noi poi (perciocchè la lunghezza dello Strumento lo comporta) sino al 100. La fabbrica è questa, perchè il 100 è numero quadrato, la radice di cui è 10, perciò dividerai tutta la linea in 10 parti eguali, ed ascriverai a tutti i punti, i numeri quadrati 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100, ovvero distinguerai dagl'altri con una medesima Stelluccia, ovvero altro carattere, come tu vedi fatto in figura. Avuti già i lati più principali de numeri quadrati; si devono investigar gl'intermedj, il che puol farsi in trè maniere. Primieramente, perchè dalle proposizioni 19, e 20 del lib. 6, e dalle 11, e 18 proposizione del lib. 8 d'Euclid. gli è chiaro, che i piani simili hanno dupplicata ragione de loro lati Omologi, di dove se nè deduce questo consentario. Se saranno trè linee rette in continua proporzione, sarà, come la prima retta alla terza, così la prima figura alla seconda simile similmente posta. Per la qual cosa, quanto il dato piano deve augumentarsi, tanto s'augumenti il di lui lato, e trà il medesimo lato del piano, e il lato accresciuto ritrovasi la proporzionale di mezzo secondo la proposizione 13 del lib. 6, la quale sarà il lato cercato del piano accresciuto. Tu dunque essendo per ritrovare il lato del quadrato, il quale sia doppio del primo; del primo quadrato il lato *A* si facci doppio, e sia il *B*, ora frà l'*A*, e *B* ritrova la proporzionale di mezzo *C*, il cui quadrato è doppio del primo.

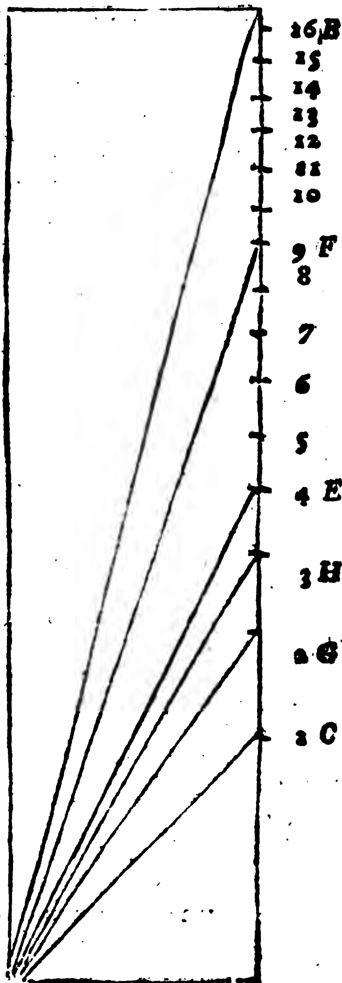


E la medesima raggione è di ritrovare il quadrato triplo, quintuplo, così sei volte, sette volte, otto volte, dieci volte maggior del primo ec. ma del quadruplo, e del nove volte, sedici volte maggiore quadrato i lati s'hanno ne' sopradetti punti principali de' numeri quadrati.

Quanto al rimanente, questo modo, quantunque sia Geometrico, e nella Teorica sia demonstrativo, nella prattica nientedimeno, è sottoposto a molti errori, particolarmente ne' maggiori quadrati di ritrovarsi

trovarsi dal primo: oltrechè non li manca tedio per la lunghezza dell' operazione.

La penultima del primo d'Euclide insegna, questa esser la natura del Triangolo, rettangolo, cio, che l'Ipotenusa, cioè a dire il lato sotto tendente all' Angolo retto, puol tanto, quanto possono i lati, che costituiscono l'Angolo retto, cioè il quadrato dell' Ipotenusa, è eguale a' quadrati presi insieme, descritti da lati, che costituiscono l'Angolo retto; laonde è mechanico artifizio dell' invenzione di tutti i diametri, che seguono il primo dalla data quantità continua del primo diametro, ed è tale. Sia il diametro nel primo cerchio, ovvero il lato del primo quadrato (perciocchè è la medesima) sia dico *AD*, alla cui sia la linea *AC* insistente ad Angoli retti, la quale prolungasi in infinito, in guisa che possi ricevere la designazione de seguenti diametri. Dipoi i termini *C*, e *D* siano connessi con la linea retta *CD* in guisa, che ne naschi il triangolo *CAD*, che abbia il lato *AC*, che sia lato d'un semplice quadrato, così anco il lato *AD* sia lato d'un quadrato semplice, e perciò l'Ipotenusa, ovvero sottotendente



l'An-

l'Angolo retto sia *C D*, che possi tanto, quanto l'uno, e l'altro di quei lati, e questo sarà lato del quadrato doppio. Ma l'intervallo *C D* sia riportato nella linea infinitamente continuata dall'*A* in *G*, laonde connessi i termini *D*, *G*, ne nasce un triangolo, la cui base è *D G*, la quale somministra il lato *A H* del quadrato triplo, perciochè i lati *A D*, ed *A G* congiuntamente somministrano i primi trè quadrati; quello uno, e questo due. Così *D H* base del triangolo *A D H* è lato del quadrato quadruplo al primo, e la base *D E* è il lato del quadrato quintuplo; Perciochè la potenza della base perpetuamente risponde alla potenza de' lati, e ciascheduna Ipotenusa è lato del quadrato prossimamente seguente. La qual pratica nella medesima maniera puol esser sempre continuata, e specialmente nel ritrovare i punti intermedj de' numeri non quadrati; Perciochè gl' altri punti cardinali fondamentali de numeri quadrati siccome *E F*. *B F*, più certamente si conoscano, se il primo lato *A C* con pari intervalli sia continuato, siccome nella struttura della riga Cilindrimetica, è stato solito volgarmente farsi: la qual cosa è più nota di quello, che quì comporti più prolissamente spiegarlo.

Nientedimeno il terzo modo, che seguita supera il secondo di gran lunga in esattezza, e certezza, il quale s'appoggia all' ajuto d'una certa Tavola volgarmente nota delle radici quadrate; dalla quale senz' alcuna difficoltà possano trascriversi di ciascheduno quadrato le radici da uno sino al 100, o con la multiplicazione della sezzione 1000, ovvero 100, del lato del primo quadrato possano trasferirsi ordinatamante nella linea proposta, qual è quella proposta da Erardo Helm, e Simon, Jacobeo, ed ultimamente da Giovanni Atmanno Bejetto Dottor Medico, tutti Cittadini della Repubblica Francofortense, e Mathematici onoratissimi, la qual linea per quanto s'appartiene al presente instituto è parso di trasferirla in questo libro, tolte vie le notte ultime alla manno destra.

Canone

Canone de' lati de' quadrati interi, incominciando dall' unità, e seguendo fino al numero delle parti 10000.

Ordine de quadrati.	Radice di tutti i quadrati posti al quadrato 10000	Ordine de' quadrati.	Radici.	Ordine de' quadrati.	Radici.	Ordine de' quadrati.	Radici.
1	100	26	510	51	714	76	872
2	141	27	520	52	721	77	878
3	173	28	529	53	728	78	883
4	200	29	539	54	735	79	889
5	224	30	548	55	742	80	894
6	245	31	557	56	748	81	900
7	264	32	566	57	755	82	906
8	283	33	574	58	762	83	911
9	300	34	583	59	768	84	917
10	316	35	592	60	775	85	922
11	332	36	600	61	781	86	927
12	346	37	608	62	787	87	933
13	361	38	616	63	794	88	938
14	374	39	624	64	800	89	943
15	387	40	632	65	806	90	949
16	400	41	640	66	812	91	954
17	412	42	648	67	819	92	959
18	424	43	656	68	825	93	964
19	436	44	663	69	831	94	970
20	447	45	671	70	837	95	975
21	458	46	678	71	843	96	980
22	469	47	686	72	849	97	985
23	480	48	693	73	854	98	990
24	490	49	700	74	860	99	995
25	500	50	707	75	866	100	1000

Il precedente Canone de quadrati de lati è stato formato col pigliare il primo semplice quadrato delle parti 10000, per la qual cosa il duplo quadrato sarà di parti 20000, il triplo 30000, il quadruplo 40000, il quintuplo 50000, ec. de quali quadrati poi le radici si cercano per la consueta risoluzione; come a dire, la radice del dopio quadrato è 141, del triplo 173, ec. come nel Canone si vede.

Quello dunque, che sarà per servirsi di questo Canone, per la fabbrica della linea Geometrica, divida dal principio la linea descritta in qualche carta densa, ovvero altro piano in 10 parti eguali, se egli desidera, che contenghi 100 lati de' quadrati, ovvero i lati de' 100 quadrati, le quali decime parti sono diametri cardinali, ovvero, come più piaccia, i lati cardinali de' quadrati 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. Ma qualunque decima parte, ovvero certamente una di queste (il che basterebbe) dovrebbe dividersi in 100 particelle, ma per la picciolezza dell' intervallo, non potendosi tal divisione istituire si faccia la divisione in parti 10, e di queste decime ciascheduna con un' attenta avvertenza dell' occhio in altre 10 particelle si divida.

Ma l'invenzione di tutti i lati (la quale si fà col benefizio del Canone) acciò più rettamente s'intenda, apportarò uno, ò due esempj. Il lato del secondo quadrato, il quale è doppio al primo si ritrova nel Canone 141, con i quali numeri s'accenna la quantità del lato proposto esser una lunghezza, la quale costa d'una decima parte di tutta la linea, ovvero d'un diametro principale, ed in oltre di 41 centesimi d'una decima, de' quali centesimi 40 certamente dalla linea divisa prender si possono, uno poi rimanente alla stima dell' occhio si lascia.

Il Canone somministra 173 per lato del triplo quadrato, la qual quantità consta d'un diametro principale, cioè d'una decima parte di tutta la linea, ed in oltre di 73 centesimi, d'un diametro principale, ovvero d'una decima parte.

Il lato del quarto quadrato già per l'avanti è stato inscritto nella linea col secondo punto cardinale.

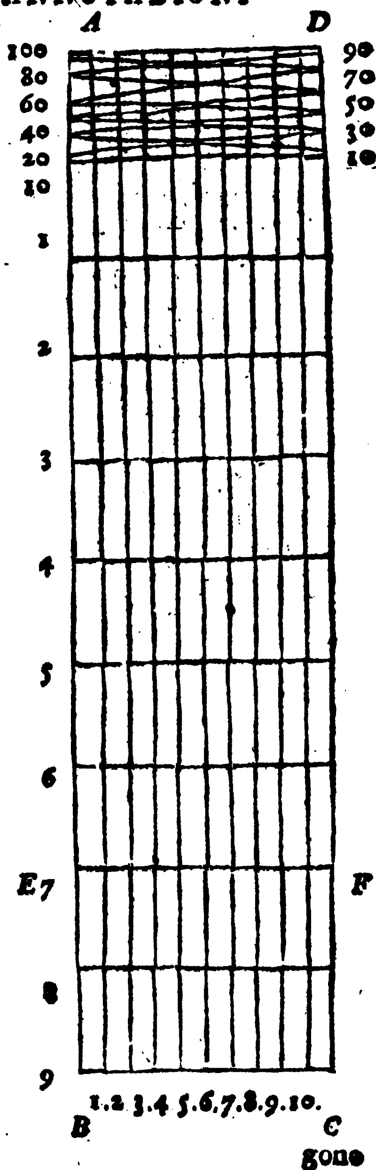
Il lato del quinto quadrato si ritrova 224 nel Canone, la qual quantità s'estende oltre à due punti cardinali

fino

ſino a 24 centeſime d'una decima parte, ovvero d'un diametro cardinale, e così ordinatamente ſi deve proſeguire fino che piace. Benchè ſe tu paſſarai il 10 diametro non comporta la ſpeſa che ad uno, ad uno vadi cercando gl' altri diametri, avvenga che baſti il proſeguire con una diviſione per cinque, e dividere li ſpazzj intermedj in cinque parti eguali, perciochè in queſta forma non ſi puol commettere alcun' errore ſenſibile.

Quanto al reſto, e queſte, ed altre ſommiglianti diviſioni comodiſſimamente poſſono inſieme, ed eſattiſſimamente inſtituirſi per la ſubdiviſione tranſverſale, della quale quì ne diamo la figura; la qual ragione di dividere profeſſa quel gran perito delle coſe Celeſti Ticone Brahe verſo il fine della mechanica dell' Aſtronomia iſtaurata, nella ſua addoleſcenza averla imparata in Lipſia, la qual raggione di dividere, quantunque propria de' parallelogrammi rettilinei, nulladimeno l'adattò a gl' Archi nelli Strumenti Aſtronomici, ed al dotto aſſai baſtevolmente ſarà detto ſe con un ſolo eſempio tutto ciò ſarà dichiarato.

Siaci imposto, che dobbiamo ritrovare il lato del quadrato cinquantesimoquarto, il quale viene esibito dal Canone 735 fingiamoci dunque la linea da dividersi nello Strumento nostro ragguagliarsi nella linea *A B* dell' annotato parallelogrammo; ora il parallelogrammo per linee transversali parallele si seghi in 10 parti eguali, e la decima parte suprema seghisi per transversali oblique in 100 parti eguali, come è manifesto. Di quì dunque avendo tu a pigliare 735 parti imponi un piede del Compasso, nel punto, il quale è nella settima parallela, e nel quale la linea *EF*, *DC*, scambievolmente si segano, e l'altro piede del Compasso s'allarghi all' insù fino alla lettera *E*. Conciosiachè in questa forma avrai tu la grandezza del lato addimandato, del quadrato cinquantesimo quarto, che costa di diametri cardinali 7, i quali vengono



gono sempre dissegnati dalla prima nota alla sinistra, ed inoltre di 35 centesimi; e questa è la stessa raggione di ritrovare parimente gli altri lati de quadrati, e trasferirli nella linea, purchè la lunghezza del parallelogrammo sia esattamente congruente alla lunghezza della linea da dividersi, la latitudine poi è arbitraria.

3. *La linea Stereometrica sotto la Lettera* C.

SIccome la precedente linea Geometrica de quadrati, così questa Stereometrica de cubi contiene i lati, vogli tu più tosto dire, delle sfere i diametri, ovvero de quali corpi tu vogli simili i lati Omologi, con ordine naturale dall' unità, ascendendo fino che piace; l'Autore certamente ha continuato fino al 140 nella nostra figura, però questa divisione è stata prodotta fino al 216 il qual numero veramente è cubo, la radice di cui è 6. Per tanto dividerai la linea proposta in 6 parti eguali, i quali punti mostrano gl'intervalli de segm enti cardinali, a' quali s'assegnino questi numeri cubi 1. 8. 27. 64. 125. 216.

Quanto al rimanente i punti frapposti a' punti cardinali con maggior fatica si cercano, avvenga che faccia di mestiere prima, dupplicare, triplicare ec. il cubo, ed andarlo crescendo per ordine fino al 216, il qual augumento, come anche ne piani far non si puole, senza l'invenzione d'una proporzionale di mezzo frà due proposte linee, la qual invenzione viene insegnata da Euclide lib. 6. prop. 13; così parimente questo augmento far non si puole nelle figure solide, se trà due date rette linee, due medie proporzionali non si ritrovino, il che quantunque niuno fino al presente giorno abbia ciò potuto Geometricamente fare, nientedimeno alcuni modi mechanici tolti da Erone, Appolonio Pergeo, Filone Bisanzio ec. vengono riferiti dal Clavio al lib. 6 della sua Geometria Prattica c. 15.



Se

Se dunque tu vuoi dupplicare il primo cubo, il lato di lui *A*, il quale tu hai ottenuto con la divisione già detta cardinale, lo devi dupplicare, e trà il medesimo lato *A*, ed il lato dupplicato, il quale sia *B* ritrovando le due proporzionali di mezzo *CD* avrai la prima media proporzionale *C* per il lato del dupplicato cubo per il Corollario della ptoposizione trentesimaterza nel lib. 11 d'Euclide.

Così deve seguitarsi nel ritrovare i lati de seguenti cubi, cioè a dire, che quanto il primo cubo deve augumentarsi, tanto il di lui lato s'augumenti, e trà queste linee due proporzionali di mezzo si ritrovino.

Ma da tutta questa fatica ci sollevarà, e ci mostrarà la via più espedita, la Tavola seguente delle radici cube, la quale riconoscendola da medesimi Autori, da' quali hò riconosciuto la superiore, hò stimato, per quanto s'appartiene al nostro instituto quì in questo luogo transcriverla.



Canone de lati cubi, i quali vanno ordinatamente seguendo, posto il primo cubo di parti 1000000.

Ordine de Cubici	Radici.	Ordine de Cubici	Radici.	Ordine de Cubici	Radici.
1	100	34	324	67	406
2	126	35	327	68	408
3	144	36	330	69	410
4	159	37	333	70	412
5	171	38	336	71	414
6	182	39	339	72	416
7	191	40	342	73	418
8	200	41	345	74	420
9	208	42	348	75	422
10	315	43	350	76	424
11	222	44	353	77	425
12	229	45	356	78	427
13	235	46	358	79	429
14	241	47	361	80	431
15	247	48	363	81	433
16	252	49	366	82	434
17	257	50	368	83	436
18	262	51	371	84	438
19	267	52	373	85	440
20	271	53	376	86	441
21	276	54	378	87	443
22	280	55	380	88	445
23	284	56	382	89	446
24	288	57	385	90	448
25	292	58	387	91	450
26	296	59	389	92	451
27	300	60	391	93	453
28	304	61	394	94	455
29	307	62	396	95	456
30	311	63	398	96	458
31	314	64	400	97	459
32	317	65	402	98	461
33	321	66	404	99	463

Ordine de Cubici	Radici.	Ordine de Cubici	Radici.	Ordine de Cubici	Radici.
100	464	139	518	178	562
101	466	140	519	179	563
102	467	141	520	180	565
103	469	142	522	181	566
104	470	143	523	182	567
105	472	144	524	183	568
106	473	145	525	184	569
107	475	146	526	185	570
108	476	147	528	186	571
109	478	148	529	187	572
110	479	149	530	188	573
111	480	150	531	189	574
112	482	151	533	190	575
113	483	152	534	191	576
114	485	153	535	192	577
115	486	154	536	193	578
116	488	155	537	194	579
117	489	156	538	195	580
118	490	157	539	196	581
119	492	158	541	197	582
120	493	159	542	198	583
121	495	160	543	199	584
212	496	161	544	200	585
123	497	162	545	201	586
124	499	163	546	202	587
125	500	164	547	203	588
126	501	165	548	204	589
127	503	166	549	205	590
128	504	167	551	206	591
129	505	168	552	207	592
130	506	169	553	208	593
131	508	170	554	209	594
132	509	171	555	210	595
133	510	172	556	211	596
134	512	173	557	212	597
135	513	174	558	213	598
136	514	175	559	214	599
137	515	176	560	215	600
138	517	177	561	216	

Mà la composizione di questa Tavola è presa di là, perciocchè il cubo primo si prende di parti 1000000. Adunque il cubo secondo sarà 2000000, il terzo 3000000, e così conseguentemente, da i quali cubi poi si estraggono le radici, le quali sono quelle medesime, quali il Canone esibisce: cioè la radice del secondo, ovvero duplicato cubo 126, e del triplicato 144. &c.

Mà questi lati cubi nella medesima maniera, al certo si trasferiscono, nella quale già sopra s'è insegnato doversi descrivere i lati de' quadrati; perciocchè quì si divide in dieci particelle eguali, e ciascheduna decima in altre dieci si concepisce divisa uno di quei principali sei diametri, ne' quali dicemmo, la linea tutta doversi segare, ovvero più tosto uno d'essi principali sei diametri, con l'ajuto del parallelogrammo, già sopra apportato si subdivide attualmente in 100 particelle, quindi si cavano i lati di tutti i cubi frapposti trà principali da imprimersi nella linea Stereometrica.

Nulladimeno, perciocchè nel nostro Instrumento di lunghezza d'un piede gli spazj frapposti trà punti divengono pur troppo angusti, se tu ascendi oltre al centesimo cubo, gl'altri punti oltre al centesimo non devono tutti notarsi, ma ciascheduno secondo, ovvero più ancora tralasciar si devono.

IV. Linea Mettallica sotto la lettera D.

COsì è piacciuto all' Autore di chiamar questa linea, perciocchè essa contiene le proporzioni de' corpi Metallici, ovvero di Metallo. Benchè per uso, ed in grazia de' Bombardieri si dissegni quivi la proporzione della pietra a Metalli: in guisa che nella medesima s'esprimono i diametri delle sfere egualmente pesanti, le quali sono da ciascheduna di queste cose formate.

L'invenzione di questa divisione puol diversamente esser instituita, conciosiacchè da tutti i Metalli si formino globi della medesima grandezza; ovvero si tirano le fila della medesima lunghezza per il medesimo buco, i pesi conosciuti di questi globi, ovvero fili dimostrano la proporzione de' Metalli trà loro.

Ma se non puoi avere i globi della medesima grandezza, riducili al medesimo peso, secondo che insegna

l'Autore al problema 15, e di poi conferisci trà di loro i diametri de' globi egualmente pesanti nella linea Stereometrica; e per cagione d'esempio siano li globi, uno di piombo di 30 lib., l'altro di ferro di 25 lib., ora il diametro del globo di ferro riportato nella linea Stereometrica, si statuischi trà 25, e 25, e non mosso l'Instrumento, di quindi si piglia l'intervallo 30, e 30, il quale gl'è il diametro del globo di piombo di 30 lib. Avuti dunque i diametri dell'uno, e l'altro globo egualmente pesanti, non sarà difficile conferir quelli trà di loro nella linea Stereometrica, e andar cercando la proporzione di questi Metalli.

Ma questa proporzione di Metalli, ò direttamente si conosce per il numero del peso, quando i globi sono eguali in grandezza, ovvero all'incontro per i diametri riportati nella Stereometrica, quando i globi sono egualmente pesanti, ma di grandezza ineguali.

Come se si faccia una palla d'oro, facciasi parimente una palla di rame a lei eguale, ritroverai direttamente, che la palla d'oro pesa il doppio della palla di rame. Ma all'incontro tu ritroverai la medesima proporzione dupla dell'oro puro al rame, se tu formi dall'uno, e l'altro Metallo palle egualmente pesanti; avvenga che, se tu stabilirai il diametro della palla d'oro nelle linee Stereometriche trà 1. e 1, tu vedrai il diametro della palla di rame esser congruente al 2. 2; non già che il rame sia doppio all'oro, ma all'incontro questo è doppio di quello, ed è la medesima ragione negl'altri Metalli.

Così l'oro all'argento in ragione di peso è siccome il 100 al 60, ovvero con termini minori come 5 al 3, la qual proporzione dicesi superbiterzia, siccome il nostro Autore lo mostra al problema 22, quantunque ...... Ercker supremo già sopraintendente delle cose de Metalli nella Boemia nel lib., che egli stampò in lingua Germanica foglio *606* scrive d'aver ritrovato, l'oro puro all'argento puro essere, come 405 selibre (il volgo chiama marche), ed otto semioncie a selibre 227, semioncie 4. Ma essendo, che la selibra consti di 16 semioncie sarà quella proporzione 6488 al 3636, ovvero si facci a primi, e minimi

termi-

termini la reduzione sarà 1622 al 909, la qual proporzione è $1\frac{713}{909}$. A questo come valoroso, e peritissimo artefice non gli negarei il credergliclo. Conosciute queste cose, facilmente ancora qual sia la proporzione dell'argento al rame si conoscerà da quelle cose, che insegna Ramo lib. 2 dell'Aritm. c. 3. della numerazione &c. perciocchè, se la proporzione 909 al 1622, la quale è dell'argento all'oro, si componga con la proporzione di due a uno dell'oro al rame; multiplicati gl'antecedenti, e consequenti trà di loro, e fatta la contrazione de' termini al termine ne nascerà la proporzione dell'argento al rame, cioè 909 al 800, la qual proporzione è $1\frac{109}{800}$.

Ma la ragione dell'oro al piombo è di 20 al 13, la qual proporzione è superseptupartiens decimatertia, là onde per la composizione delle proporzioni il piombo all'argento sarà, come 10543 al 9090, ovvero (ne termini minori, ed equivalenti poco meno) siccome 105 al 91, così parimente il piombo al rame siccome il 13 al 10.

In oltre l'oro al ferro è siccome il 12 al 5, adunque il ferro è all'argento come 81 al 109, (cioè quasi in subsesquitertia proportione, siccome il 3 al 4) parimente il ferro al piombo, come 25 al 39, la qual proporzione è molto propinqua a quella, la quale pone Rivio nella sua Architettura Germanica, dove dice, che il ferro al piombo è quasi in sesquialtera proporzione, come 19 al 30: finalmente il ferro al rame siccome il 5 al 6, la qual proporzione è subsesquiquinta.

In ultimo l'oro allo stagno è siccome il 50 al 21, e conseguentemente per la composizione di questo, e dell'antecedenti proporzioni sarà la proporzione dello stagno all'argento 5677 al 7575, in oltre del stagno al piombo come il 42 al 45, del stagno al rame come 21 al 25, finalmente del stagno al ferro la proporzione è come 126 al 125.

Volentieri concedo, che queste stesse proporzioni de Metalli tolte d'Autori, ed anco con proprio esperimento conosciute non esser totalmente giuste, ed accurate; ne è maraviglia. Conciosiacosachè, come da peritissimi uomini di queste cose spesse volte hò conosciuto esserci qualche discrepanza frà i puri

Metalli, de quali quì noi propriamente parliamo, non solamente trà di loro, comparando uno con l'altro di diversa specie, ma anco della specie stessa, in guisa che l'oro si ritrovi più grave, e più leggiero dell' oro; il piombo più grave, e più leggiero del piombo in qualunque maniera convenghino in grandezza, anzi che il Metallo battuto pesa più del medesimo liquefatto, e fuso; avvenga che le di lui parti col batterle molto più, che col fonderle si costringhino, e più solidamente s'unischino, e trà di loro convengano; adunque tu in darno l'esattezza cercaresti.

Ma molto maggiore è la diversità delle Classi, che de' Metalli. Ne sono alcuni spognosi, i quali vengono chiamati arenarj; altri ne sono più solidi, e questi nella medesima solidità sono trà di loro discrepanti. Rivio poi nella sua Architettura hà dimostrato, che il ferro alla pietra ordinaria sia come il 38 al 15, ovvero quasi come il 100 al 40. Altrimente Adriano Romano *Ferri* (dice egli) *ad lapidem ejusdem magnitudinis ratio in pondere ferè est, quæ* 100 *ad* 30, *vel* 32. Io feci di ciò prova, ed esattamente conferiti i diametri di due palle d'Artiglieria d'un Armaiolo Argentinese, e conobbi, che il ferro alla pietra aveva la proporzione, che hà il 100 al 32, cioè quell'istessa, che ora da Adriano Romano, hò apportata, mà la palla di ferro pesava al certo 66 libre, e 6 semionce, e quella palla di pietra 431 libre, e mezza; Laonde il cercato diametro della sfera di pietra parimente di 66 libre, e 6 semionce conteneva particelle eguali 100 tali, delle quali il diametro della palla di ferro era 68, ovvero ciò che trapassa. In qual maniera di 100 al 68 triplicata la proporzione, cioè posti trè volte i termini d'essa proporzione, e trà di loro multiplicati, ne nascerà la proporzione, che io dissi di 100 quasi al 32, la qual ritenuta averà il sasso all'oro la proporzione, che hà l'8 al 75, poi all'argento quella, che hà il 13 al 68, così al piombo quella del 32 al 195, parimente al rame quella del 16 al 75, finalmente al stagno quella del 16 al 63.

Piacque all'Autore aggiungere la pietra, ovvero il marmo Pario a precedenti, di cui ritrovo la proporzione

zione a Metalli negl' instrumenti Fabbricati secondo l'ordine dell' Autore (perciocchè per altra via non s'è potuto) questa, cioè che rispetto all' oro sta in proporzione come 31 al 200, e perciò rispetto all' Argento, come 167 al 606; del piombo, come il 31 al 130; del rame, come il 31 al 100; del ferro, come il 93 al 250; del stagno, come il 31 all' 84; e della pietra comune, come il 93 al 64.

Quanto al rimanente, acciò che queste cose meglio si descrivino nell' instrumento fà di bisogno, che le proporzioni discrete ritrovate ne' Metalli, e nelle pietre le commutiamo in proporzioni continue, le quali sono così.

L'oro in ragio-	Piombo.		65.
ne di peso,	Argento.		56.
mentre sia	Rame.		50.
della medesi-	Stagno.	come 100. al	42.
ma grandez-	Ferro.		$41\frac{1}{3}$
za hà propor-	Marmo.		$15\frac{1}{2}$
zione al	Pietra comune.		$10\frac{2}{3}$

Ora in qual maniera da questa tavoletta si possano trasferire i punti delle proporzioni de' Metalli nella proposta linea, con uno, ò due esempj lo dimostrarò.

Il Primo diametro è dell' oro, il quale benchè prender si possa di qualunque grandezza: nulladimeno nella figura, che noi diamo espressa in Rame, s' è pigliato il diametro d'un globo pesante 10 lib. argentine: cioè quell' intervallo, che è trà il centro dell' instrumento, ed il punto Au. Laonde gl' altri diametri parimente quivi dissegnati, come che de' globi egualmente pesanti tante libre significano; il che perciò s'è fatto, acciò la regola stereometrica più espeditamente possiamo instituire, per quelle cose, che sopra al problema 24 dall' Autore insegnate si sono; nella reduzione sarà difficile farsi a ragione usata ne' pesi d'altri luoghi, come abbasso nella parte terza si dimostrerà.

Costituito il Primo diametro, dimostraremo il secondo, il quale è del piombo, e lo ritroveremo in questo modo. Conciosiachè l'oro al piombo abbia quella proporzione, che hà il 100 al 65, piglisi adunque di-

rettamente il diametro dell'oro, e si statuischi transversalmente nella Stereometrica trà il 65. 65, e così non mosso l'instrumento di quà si piglj lo spazio transversale trà i punti 100. 100, il quale è il diametro del globo di piombo da trasferirsi nelle linee Metalliche.

Il Diametro del globo d'argento similmente si ritrova, se il diametro dell'oro transversalmente si stabilisca trà il 56. 56, e si piglj lo spazio 100. 100, ed in simil guisa negl'altri sempre il diametro dell'oro nelle linee Stereometriche è accomodato transversalmente al numero del peso, il quale il proposto Metallo tiene rispetto all'oro, e lasciato star fermo l'instrumento, dalle medesime linee Stereometriche si deve pigliare la distanza frà il 100. 100, e trasferirsi nelle Metalliche.

Ma se non saranno in pronto le linee Stereometriche, si potrà adoprar questo modo. Il diametro dell'oro s'addoppj, e così addoppiato in 200 parti eguali si divida, e dalla quì aggiunta tavoletta tutti i diametri presi in tali particelle eguali, con l'ajuto delle linee Arithmetiche si trasferischino nelle linee Metalliche.

Ma questa tavola è formata con l'ajuto del Canone superiore delle radici Cubiche, conciosiachè la radice del centesimo cubo 464 multiplicato per 100 particelle eguali, e il numero fatto 46400 sempre si divide per le radici competenti a tutti i pesi de' Metalli rispetto all'oro. Come per esempio, avendo tu a ritrovare il diametro della sfera di piombo quel prodotto dividi per 402, che è la radice del sessantesimo quinto cubo; il quoziente 115 è il diametro del globo di piombo, egualmen-

I diametri delle sfere equiponderanti in particelle eguali.	
Oro.	100.
Piombo.	115.
Argento.	121.
Rame.	126.
Stagno.	133.
Ferro.	134.
Marmo.	186.
Pietra Vulgare.	211.

te

te pesante, ovvero equiponderante a quello dell'oro, perciocchè è tal analogia, siccome è 402 radice del sessantesimo quinto cubo al 464 radice del cubo centesimo, così s'hanno in proporzione le particelle eguali 100 al 115, e così negl'altri.

Impressi già i punti tutti; o queste note au. pl. arg. cup. st. fer. mar. sa. cioè aurum, plumbum, argentum, cuprum, stamnum, marmor, saxum, ovvero ancora i caratteri de' pianeti soliti a prefigersi a tutti i metalli s'ascrivino, ma sogliono attribuire il Sole all'oro, Saturno al piombo, l'argento alla Luna, Venere al rame, Giove allo stagno, Marte finalmente al ferro. Celio lib. 1. c. 18.

V. Linea Poligrafica, sotto la lettera E.

Di quelle linee, quali l'altra faccia dell'instrumento capisce primamente s'offeriscono le Poligrafiche, così dette dall'Autore, perchè col beneficio loro i poligoni regolari sopra qualunque proposta linea si possono descrivere, perciocchè hà in se impressi i raggi delle periferie circonscrittibili alle dimandate figure. Quì apportaremo due modi di ritrovarli, l'uno lineare, l'altro numerale.

Ma primieramente fà bisogno costituire quanti raggi vogli tu inscritti nella proposta linea. Sia proposto di voler' arrivare al vintangolo. Imperocchè nella militare Architettura, e nell'uso comune, a cui specialmente quest'instrumento serve, non si puol facilmente più in lungo procedere. Et essendo che il lato del vintangolo sia sottotendente a gradi 18 di tutto il cerchio, tutta la linea da dividersi descrivasi in qualche piano, ed a quella se li accompagni un'altra eguale, la quale con essa constituisca l'angolo di gradi 18, ora questi due lati dell'angolo si congiunghino con una base, la qual base è raggio del cerchio circonscrittibile all'esagono, e perciò anco lato del medesimo, siccome gli è chiaro per la proposizione 15 del lib. 4. d'Euclide. Ora sopra questa base (prima alla linea impressa aggiunto il numero 6.) si descrivino le addimandate figure equilatere, ed equiangule, come sarebbe a dire il triangolo, il quadrangolo, il quinquangolo &c. con

quell'

quell'artificio, che si dà da Cristof. Clavio nelli Scolj sopra il 4. lib. d'Euclide, ed a ciascheduna figura ritrovata si circonscriva un cerchio, i raggi de' quali, ovvero i semidiametri debbono trasferirsi nella nostra linea Poligrafica.

Ma molto più certamente, ed esattamene tutte queste cose in altro modo numerale si formano, ed è in questa guisa. Prendasi alcuna linea d'arbitraria lunghezza, la qual sia lato del esagono ordinato, la quale si concepischi di 1000 particelle eguali: ed in tali particelle si cerchino i raggi de Cerchi circonscritti all'altre addimandate figure regolari descritte sopra la linea pigliata, il che acciò farsi possi, prima col benefizio del Canone de' seni deve investigarsi qual sia la proporzione in ciascheduna di quelle figure frà il lato, ed il raggio del circolo circonscritto, ovvero seno totale 100000, e perchè il lato del moltangolo ordinato, è sottotendente d'un arco proporzionato (come a dire il lato del quinquangolo è sottotendente alla quinta parte della circonscritta periferia: del esagono alla sesta: del centangolo alla centesima, dunque la metà dell'arco (perciocchè dell'intiero nelle tavole non fà di bisogno) nel Canone de' seni esibisce il seno, il quale raddoppiato è sottotendente dell'arco proposto, ovvero il lato cercato del moltangolo.

Il lato adunque dell'inscritto triangolo equilatero, è sottensa della terza parte della circonscritta periferia: cioè sottensa dell' Arco de gradi 120, se al cerchio si diano 360 gradi, la metà dell'arco, cioè a dire 60 nella tavola de seni retti n'esibisce il seno 86603, il qual numero denota le parti di quella sorte, delle quali parti il raggio, ovvero il semidiametro contiene 100000. Questo seno raddoppiato dimostra la sottensa dell'arco proposto, cioè a dire 173206, e questa sottensa è lato dell'inscritto triangolo nella periferia, posto il raggio di parti 10000.

Ma l'arco del quadrangolo inscritto è di gradi 90 (perciocchè 90 gradi 4 volte aggiunti formano l'intera periferia di gradi 360) si divida quest'arco in due parti eguali, e la metà di lui, cioè de' gradi 45 hà il seno retto 70711, il quale raddoppiato dàlla sottotendente dell' Arco de gradi 900, overo il lato del quadrangolo 141422.

L'arco

L'arco del quinquangolo scritto è gradi 72, la metà del quale gradi 36 n'esibisce il seno 58779, il quale raddoppiato da detta sottensa dell' Arco de. gradi 72, cioè il lato del quinquangolo 117558.

L'arco dell'esagono scritto è di gradi 60, la cui metà è gradi 30, il seno de quali 50000, il quale raddoppiato è lato dell'esagono, il quale torna il medesimo con il raggio 100000.

L'arco del settangolo scritto è di gradi 51 con trè settime parti, cioè con 25 scrupuli primi, e 43 secondi, la metà di questo è gradi 25 con scrupuli primi 42 secondi 51 dà per seno 43388, il qual raddoppiato è il lato del settangolo 86776.

L'arco dell'ottangolo è di gradi 45, di cui la metà di gradi 22 e mezzo dà il seno 38268, il cui doppio 76536 è lato dell'ottangolo.

Il lato del nonangolo è sottotendente a gradi 40, la metà di cui 20 gradi n'esibisce il seno 34202, il quale raddoppiato è lato del nonangolo 68404.

L'arco del decangolo è gradi 36, la cui metà gradi 18 hà per seno 30902, il quale raddoppiato è lato del decangolo 61804.

L'arco dell'undecangolo inscritto è di gradi 32 con otto undecimi, ovvero scrupuli primi 43, e secondi 38, la metà di cui gradi 16 scrupuli primi 21, secondi 49 ne dà il seno 28163, il cui duplo 56326 è lato dell'undecangolo.

L'arco del dodecangolo è di gradi 30, la cui metà gradi 15 ne dà il seno 25882, il cui duplo 51764 è lato del dodecangolo.

L'arco del tredecangolo è di 27 gradi con 9 decimi-terzi, ovvero scrupuli primi 41 secondi 32. La metà di quest'arco gradi 13 scrupuli primi 50 secondi 46 esibisce il seno 23931, il quale raddoppiato 47862 è lato del tredecangolo.

L'arco del quattordecangolo è di gradi 25 scrupuli 42, secondi 51, la metà di cui gradi 12 scrupuli 51 secondi 25 dà il seno 22252, il doppio del quale 44504 è lato del quattordecangolo.

L'arco del quindecangolo è di gradi 24, la cui metà è gradi 12, il cui seno 20791 raddoppiato è lato del quindecangolo 41582.

L'arco

L' arco del ſedecangolo è di 22 gradi, e 30 ſcrupuli, la cui metà 11 gradi, e 15 ſcrupuli dà il ſeno 19509, il quale raddoppiato è del ſedecangolo il lato 39018.

L' arco del ſettendecangolo è di gradi 21 con trè decimiſettimi, cioè con ſcrupuli primi 10 ſecondi 35, la metà dell' arco gradi 10 primi 35 ſecondi 18 dà il ſeno 18375, il cui duplo 36750 è lato del ſettedecangolo.

L' arco del novendecangolo è di gradi 18 con 18 decimi noni, i quali fanno 56 primi, e 50 ſcrupoli ſecondi, la metà dell' arco gradi 9 primi 28 ſecondi 29, dà il ſeno 18459, il quale raddoppiato 36918 è lato del novendecangolo.

Il lato dell' arco finalmente del ventangolo inſcritto è ſottotendente de gradi 18, la cui metà gradi 9 dà il ſeno 15643, il quale raddoppiato 31286 è lato del ventangolo.

La

La Somma del Calcolo.

Numero de' lati, ovvero de gl' Angoli.	Lati de' piani ordinati, posto il raggio del Cerchio circonscritto 100000.
3	173205
4	141421
5	117558
6	100000
7	86776
8	76536
9	68404
10	61803
11	56326
12	51764
13	47863
14	44503
15	41582
16	39018
17	36750
18	34729
19	32918
20	31286

Ritrovati già i lati de piani regolari in parti tali, delle quali il raggio de cerchi circonscritti è 100000, ma de medesimi cerchi circonscritti devono investigarsi i raggi in parti tali, delle quali ciascheduno lato di queste figure si pone 1000 a questa guisa, se si faccia come il lato della proposta

Numero de lati, ovvero de gl' Angoli.	Raggi de cerchi circonscritti alle figure, posto il lato di ciascheduno 1000.
3	577
4	707
5	850
6	1000
7	1152
8	1307
9	1462
10	1618
11	1775
12	1932
13	2089
14	2247
15	2405
16	2563
17	2721
18	2879
19	3038
20	3196

figura nell' antecedente tavoletta al raggio 100000, così il lato dato 1000 ad un' altro; come a dire, sendo tu per ritrovare il triangolo del cerchio, che circonscrive il raggio nelle parti millesime, instituirai tale analogia: come si è 173205, (perocchè tu vedi nella tavoletta antecedente questo numero convenire al lato del triangolo) al raggio 100000, così il lato dato 1000 al raggio 577, imperocchè le frazioni senza notabile errore possano tralassarsi; così parimente nel quadrangolo: come è il 141421 al 100000, così il 1000 al 707 nella medesima maniera nell'altre figure tutte sempre 10000000 (il quale è fatto da i due raggi 100000,) si divida per il lato della proposta figura preso dalla tavoletta precedente: la somma della cui supputazione viene abbracciata dalla qui aggiunta tavoletta.

Essen-

Essendo dunque tu per trasportare da questa tavoletta i raggi tutti, prendi primieramente un arbitraria lunghezza del raggio sessangolare, quale in qualche piano esattamente dividerai in 1000 parti eguali, cioè, primieramente in 10, poi ciascheduna di queste decime, in altre 100 e 100 particelle con quella maniera, la quale è stata sopra al folio 70 esplicata, e di là trasferirai ciaschedun raggio pigliato nella proposta linea dell' Instrumento.

Ma se tu vorrai il raggio del ventangolo precisamente caschi nell' estremità della linea proposta (il che con questa maniera preso un' arbitrario raggio del sessangolo, appena si può fare) fà di mestiere, che tu divida tutta la linea in parti eguali 3196, come che quel numero compete al raggio vintangolare nella soprapposta tavoletta. Ma questo è molto difficile, avvenga che i divisori primi di questo numero siano 2. 2. 799, per la qual cosa prendasi a lui vicinissimo, il quale è 3200, i cui primi divisori sono 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 5, e perciò la linea per esso sarà commodamente divisibile.

Ma per sollevarti da questa fatica, darò ciaschedun raggio in parti tali, delle quali il raggio del vintangolo ne contiene 1000, laonde tutta la linea dell' instrumento in qualche piano tu dividerai in 1000 parti eguali, e di là transferirai ciaschedun raggio pigliato con l'ajuto della seguente tavoletta nell' Instrumento, avendo usato il compendio del parallelogrammo sopra portato al folio 70.

Ecco la tavoletta, ed il modo di fabbricare la quale con un esempio io dichiarerò. Il raggio triangolare nella tavoletta superiore, è di tali parti 577 quali il raggio sessangolare n' hà 1000, ma io voglio il medesimo in tali, delle quali il vint' angolare è 1000, dunque così discorrerai, siccome è 3196 (raggio vint' angolare nella superiore tavoletta) al 577 (raggio triangolare ivi) così il 1000 (raggio vint' angolare ora preso) al 180. E così in tutti gli altri, ciaschedun raggio tolto dalla soprapposta tavoletta, ed i prodotti si divideranno per 3196 raggio vint' angolare.

Numero de' lati, ovvero de gl' Angoli.	Raggi de' cerchi circonscritti alle figure, posto il raggio vint'angolare 1000.
3	180
4	221
5	266
6	313
7	360
8	409
9	457
10	506
11	555
12	604
13	654
14	703
15	753
16	802
17	851
18	901
19	950
20	1000

VI. La Linea Tetragonica sotto la lettera F.

LA Linea Tetragonica, quale in latino non scioccamente diresti *quadraticem*, ottenne il nome dall' Autore non per altro, solo che per il benefizio di lei si fà il tetragonisimo, ovvero quadratura così del cerchio, come de' piani regolari, e conseguentemente la redutione frà di loro. Imperocchè hà i lati scritti, ed il semidiametro del cerchio, e delle figure rettilinee eguali, della qual invenzione ora se ne deve dar la maniera. E per incominciare a dire del cerchio, quantunque à qual si voglia rettilineo resoluto in triangoli si possa constituire un rettangolo eguale, così bislongo per la pro-

proposizione 42 lib. 1, come quadrato per la propos. 14 del lib. 2 d'Euclide, nulladimeno chi abbia ritrovato la dimostrativa, ed onninamente accurata quadratura del cerchio non è stato alcuno, quantunque molti si siano sforzati, e molti ancora abbino replicato quello εὕρηκα d'Archimede, nè mai si ritrovarà alcuno. Perciocchè la quadratura dimostrativa, se si desse, tutta depende dalla proporzione del diametro alla circonferenza, sendo che, conforme alla proposizione prima della dimensione del cerchio d'Archimede; l'Aia di ciascbedun cerchio è eguale al triangolo rettangolo, un lato del cui intorno all'angolo retto è eguale al semidiametro del cerchio, l'altro poi alla circonferenza del medesimo. Ma non si dà questa proporzione del diametro alla circonferenza, avvenga che la proporzione, per la definizione 3 del lib. 5 d'Euclide, sia un scambievol rispetto secondo la quantità frà due grandezze del medesimo genere. Ma la linea retta, ed obliqua non si comprendono sotto il medesimo genere: ma hanno diversissima natura; conciosiachè tutte le parti di quella, ancorchè minime, sono rette, di questa tutte sono obblique; nè per la superposizione, ed applicazione sensibile possono le linee oblique adeguarsi alle rette geometricamente, ovvero accuratissimamente, il che nella quadratura dimostrativa si ricerca. E quantunque le figure lunulari veramente Ippocratebbio abbia insegnato di quadrare, e gl'angoli ancora lunulari possano adeguarsi a gl'Angoli rettilinei, come insegna Pappo appresso Proclo nell'assioma de gl'angoli retti: nulladimeno questa eguagliazione si fà con una certa compensazione della curvatura; la qual compensazione negl'altri angoli fuori de' lunulari, come Sistraidi, e Prericoidi (a' quali la cavità del circolo è massimamente simile) in niuna maniera può farsi, per la qual cosa non si puole per natura formarsi ad un circolo un rettilineo eguale.

Essendo che dunque Archimede vedesse qui non fosse possibile toccarsi l'esattezza, e non potersi ritrovare la vera proporzione della circonferenza al diametro: Stimò abbastanza all'opere Mecaniche ritrovare, e dimostrare almeno la propinqua per comparazione de maggiori, e minori. Imperocchè ritrovò, che il

perimetro della figura di 96 lati circonscritta, e tripla al diametro; ed in oltre non giustamente sesquisettima, avvenga che la circonferenza del cerchio inscritto al perimetro del circonscritto 96 angoli, come che il contenuto del continente gl'è minore, di quì conclusse la circonferenza del cerchio inscritto al diametro esser tripla, ed inoltre un poco minore, che sesquisettima. All'incontro il perimetro del 96 angolo inscritto nel cerchio ritrovò esser tripla, e più che superdecupartiente settuagesima prima, da che raccolse la circonferenza del cerchio circonscritto al diametro esser tripla, ed inoltre un poco maggiore, che superdecupartiente nonagesima prima: essendo che la circonferenza del cerchio circonscritto al perimetro dell'inscritto molt'angolo, come che continente sia maggiore, in guisa che la prossima proporzione del diametro alla circonferenza, che in qualche maniera a i sensi soddisfaccia, sia frapposta frà la tripla sesquisettima, e tripla superdecupartiente settuagesima prima; e perchè oltre alla tripla l'eccesso era poco minore della sesquisettima; ma di gran lunga maggiore della sesquiottava; perciò pigliò egli la sesquisettima come più vicina, qual è la proporzione del 22 al 7.

Quanto al rimanente Crisrof. Clavio al fine de commentarj al 6 lib. d'Euclide, il quale è stato seguitato da Gio. Atmanno Betero nella sua Stereometria, dal Canone de seni hà ritrovato di gran longa più esatta proporzione di questa Archimedea. Ma Ridolfo Accevelen ha superato la fatica di tutti, il quale nel lib. del Cerchio stampato in Fiammingo c. 11 ha ritrovato da numeri sordi molto propinqua la proporzione del diametro alla circonferenza essere un tantino minore di 100000000000000000000, al 314159265358979323847, ed un tantino maggiore, che 100000000000000000000. al 314159265358979323846, quantunque al nostro instituto bastarà levate via l'ultime note ritenere solamente le cinque alla sinistra, secondo le quali proporzioni la ragione del diametro alla circonferenza è di 10000 al 31416, con la quale si fà la quadratura del cerchio, quantunque non accuratissima, nulladimeno così riguardante alla metà prossimamente, in guisa che il mechanico non possi ritrovare l'Aio, quantunque ancora

con accurato instituito esame inegual i delle figure così eguagliate. Essendo che dunque, come costa dalla dimostrazione Archimedea l'Aia del circolo sia eguale al triangolo, un lato del cui intorno all'angolo retto, e semidiametro, l'altro è la circonferenza del cerchio: ne segue per la 42 proposizione del lib. 1. d'Euclide se si multiplica il semidiametro per la metà della circonferenza prodursi l'Aia del cerchio. Sia dunque il diametro del cerchio da quadrarsi 10000, la cui metà 5000 si multiplicino per la metà della circonferenza 15703; il numero prodotto 78515000 è l'Aia del cerchio, la cui radice quadrata è 8861, e lato del quadrato è 5000, ma se vuoi più tosto il raggio circolare in tali parti, delle quali il lato del quadrato egual'è 100000, (nelle quali parti ancora di tutte l'altre figure regolari i lati noi cercaremo) instituisco tale analogia. Come 8861 al 5000, così il lato del quadrato 100000 al raggio del cerchio eguale 56427.

Ma delle figure rettilinee eguali al quadrato dato della radice 100000, non possono ritrovarsi prima che si ritrovino le loro Aie, posto il lato di ciascheduna 100000. Ma quantunque ogni triangolato molt' angolo prenda la misura da suoi triangoli: nulladimeno è un certo compendio in questi molt' angoli ordinati, perciocchè l'Aia di ciascheduna figura regolare è eguale al rettangolo contenuto sotto la perpendicolare dal centro della figura multiplicata per un lato, e sotto la metà dell' ambito della medesima figura, come dimostra il Clavio al lib. 7. delle Geometr. pratica, perchè la metà dell' ambito della figura si multiplichi nella perpendicolare dal centro della figura ad un lato, perciocchè il numero prodotto sarà l'Aia della figura, ma quella perpendicolare in ciascheduna figura si ritrova per il Canone de seni se si fà, come 100000 seno totale alla tangente della metà dell' angolo della figura: così 50000 metà del lato (imperocchè il lato totale 100000 noi abbiamo detto esser per pigliare in ciascheduna figura) a questa perpendicolare. La somma della supputazione nella qui aggiunta tavoletta si contiene distesa fino al vent' angolo, imperocchè l'angustia dell' instromento non potrà facilmente capire i lati di più figure.

Qui s'è tralasciato il perpendicolo del triangolo, e

del quadrato, perciocchè la di loro geodosia più facilmente si fà, che dell' altre figure, perocchè nel triangolo certamente se la perpendicolare del vertice cadente nel lato, mentre sia 86602, si multiplicarà per la metà del lato 50000, ne darà la di lui Aia 4330100000, ma l' Aia del quadrato s'averà multiplicato il di lui lato in se stesso; ed è 10000000000, ma de' seguenti Poligoni l'Aie nascono se le perpendicolari notate nella soprapposta tavoletta si moltiplicano per la metà dell' ambito; come nel quinquangolo, perchè un lato è 100000; adunque tutto l'ambito sarà 500000, la di cui metà 250000, multiplicata per la perpendicolare del quinquangolo 68819 dà la di lui Aia 17204750000, la qual ragione è ancora nell' investigar l'Aje di tutte l'altre figure. La sottoposta tavoletta contiene la somma del calcolo, nella quale perciò noi abbiamo adoprato numeri maggiori, acciocchè noi riguardassimo lo scopo più esattamente, il che ne numeri minori far non si puole; benchè in questi maggiori la totale esatezza aver non si possi. Ma se ad alcuno piace far questi numeri minori ritenuta nulladimeno la debita proporzione, quante cifre toglie del pigliato

Numero de lati, ovvero de gl' Angoli.	La perpendicolare dà centro della figura nel lato posto il lato di ciascheduna 100000.
5	68819
6	86603
7	103829
8	120711
9	137373
10	153883
11	170285
12	186602
13	202862
14	219066
15	235234
16	251368
17	267475
18	283561
19	299641
20	315698

gliato lato, altrettante paja di cifre toglia dall' Aie delle figure, come che se il lato del triangolo lo faccia 1000, cioè levate via due cifre l'Aia del medesimo sarà 433010, cioè a dire tolto via due paia di cifre.

Ora conosciute l'Aie de poligoni dati preso di ciascheduno il medesimo lato 100000, quindi ancora facilmente si cavaranno i lati, pigliata di ciascheduna una medesima Aia 10000000000 in questa maniera, facciasi come l'Aia di simil figura, che hà per lato 100000 tolto dalla precedente tavola all' Aia della figura proposta, così 10000000000 quadrato del lato 100000 ad un altro, imperocchè il numero prodotto sarà il quadrato del lato, che si cerca, sì che la radice quadrata di lui ne dà il lato cercato. Imperocchè così è l'Aia all' Aia di simil figura, come il quadrato del lato al quadrato del lato, perciocchè nell' uno, e nell' altro c'è la proporzione duplicata de lati omologi per la proposizione 20 al lib. 6 d'Euclid.

Numero de lati, ovvero de gl' Angoli.	Aie de Poligoni, posto il lato di ciascheduno 100000.
3	4330100000
4	10000000000
5	17204775000
6	25980900000
7	36340150000
8	48284400000
9	61817850000
10	71941500000
11	93656750000
12	111961200000
13	131860300000
14	153346200000
15	176425500000
16	201094400000
17	227355975000
18	255204900000
19	284658950000
20	315698000000

come per esempio del triangolo equilatero 10000000000, il lato per questa analogia si ritrova, siccome è 4330100000. (Aia triangolare per la soprapposta tavoletta) al 10000000000. (Aia del proposto triangolo) così è 10000000000, (quadrato

drato del lato 100000 al quadrato 23094154869, la cui radice 151967 è il cercato lato del triangolo proposto. Nella qual maniera si cercano i lati di tutti i poligoni, i quali s'hanno nella seguente tavola.

Ma da questa tavola dovendo tu trasportare la quantità di tutti i lati de poligoni nell'instrumento; prendi da principio il lato del quadrato di una arbitraria lunghezza, ed esso segalo in qualche piano in parti eguali 1000, ovvero più tosto prima in 10 parti; dappoi una d'esse in 10 altre per quelle transversali, e sezioni del sopradescritto parallelogrammo; e quindi piglia i lati de poligoni dalla proposta tavoletta, ma le due ultime note alla destra tralasciate, le quali tu vedi con la virgola separate in tal guisa che, se quelle separate note superano 50 per essi l'unità si aggiungi al numero rimanente, come nel lato dell'undecangolo 32676, scortandolo si ritengono 326, avvenga che le note 76 gettate via trapassino oltre alla metà del 100.

	L'Aia del quale è 10000000000, il lato delle medesime parti è	
Del triangolo.		1519, 67
Del quadrato.		1000, 00
Del quinquangolo.		762, 39
Del sessangolo.		620, 46
Del settangolo.		524, 57
Dell'ottangolo.		455, 09
Del nonangolo.		402, 20
Del decangolo.		360, 51
Dell'undecangolo.		326, 76
Del duodecangolo.		298, 86
Del tredecangolo.		275, 39
Del quattordecangolo.		255, 37
Del quindecangolo.		238, 08
Del sedecangolo.		222, 99
Del settendecangolo.		209, 72
Dell'ottodecangolo.		197, 95
Del novendecangolo.		187, 43
Del vent'angolo.		177, 98

Finalmente il raggio, ovvero semidiametro del cerchio, la di cui Aia è 10000000000 nelle medesime parti è 564. 27, come costa per le cose di sopra.

Quan-

Figure egualmente capaci.	*Lati delle medesime.*	*Figure egualmente capaci.*	*Lati delle medesime.*
3	1000, 00	12	196, 66
4	658, 04	13	181, 22
5	501, 68	14	168, 04
6	408, 25	15	156, 66
7	345, 19	16	146, 74
8	299, 47	17	138, 00
9	264, 66	18	130, 26
10	233, 23	19	123, 34
11	215, 02	20	117, 12

Finalmente il raggio del cerchio egualmente capace (il qual cade trà i lati del sessangolo, e del settangolo) è 372. 32

Quanto al rimanente, acciocchè il lato massimo di questi, il quale è del triangolo, caschi nell'estremità della linea da dividersi (il che altrimenti presso il lato arbitrario del quadrato non si può fare) fà di mestiere, che s'abbino tutti questi lati in parti tali, quali il lato del triangolo ne contiene 100000, il che conseguiremo se si faccia, come 151967 (lato triangolare della tavoletta di sopra) a ciascheduni lato de poligoni posti nella medesima: così 100000 (lato triangolare preso ora) ad altro, imperocchè il numero prodotto ne conchiuderà il lato addimandato nelle parti cercate. Per questa analogia è stata formata la premessa tavoletta; della quale avendoti a servire, dividerai tutta la linea dell'instrumento in qualche piano in 1000 parti, e con l'ajuto del parallelogrammo, come già spesse volte s'è avvertito, ciascheduni lato di là nell'instrumento trasporta, e caderà il lato del triangolo nell'estremità della linea proposta, al quale ascriverai il numero ternario, come anco ai punti degl'altri lati a ciascheduna i suoi numeri ascriverai. Ma i punti del raggio circolare gli racchiuderai trà cerchietti in questa guisa O O, e

sarà apparecchiata la linea tetragonica secondo il bisogno.

Cose tralasciate alla linea Metallica, ovvero aggiunte alla linea Metallica.

Essendo, che quelle cose al foglio 83 e seguenti insegnassimo della linea metallica, fossero già uscite di torchio, per avviso del Sig. Giorgio Enischio Medico, e Mattematico chiarissimo Augustano mi abbatto in un luogo di Gio. Bodini di questa materia, il quale non posso non ascriverlo qui, tralasciate le cose non pertinenti al nostro instituto. Ma così egli parla al lib. 6 della Repubblica al fine del 3. c. Il corpo di Rame è il doppio capace, e la propporzione all' oro è la medesima, che uno a due $\frac{1}{17}$, ovvero 8 al 17, mentre che si piglia la massa dell' uno, e l'altro del medesimo peso. Ma all' incontro se il corpo dell' uno, e l'altro metallo si prenda della medesima amplitudine, il corpo dell' oro sarà doppio del Rame in gravità, ed un mezzo, cioè sarà due volte, e mezza più grave, ovvero per servirsi de pesi, e numeri più sottili, la medesima proporzione è del Rame all' oro, che è trà il 1551 al 729, come certamente alla mia presenza hà dimostrato Francesco Fusco grand' Archimede del secol nostro; ma dell' oro all' argento è quella proporzione del 1551 al 929, ovvero quasi del 9 al 5. In oltre del Rame all' argento la proporzione è quasi quella del 11 al 13, ovvero con esattissima proporzione quella del 729 al 929, avvenga che questi due metalli sieno trà di loro prossimi di corpo, e di peso, nulladimeno l'argento s'avvicina più al piombo, sì in peso, come in ampiezza; cioè il piombo della medesima grandezza, della quale è l'argento tanto sarà più grave dell' argento, quanto il numero 15 è maggiore del 14, ovvero accuratissimamente, come 998 al 929, benchè lo stagno all' argento somigliantissimo sia nel colore, nulladimeno nell' ampiezza del corpo, e nel peso, è dissimigliantissimo; imperocchè dell' uno e dell' altro quasi è la medesima proporzione, che del 9 al 13, ovvero più sottilmente del 600 al 929. Ma l'oro allo stagno più leggiero di tutti i Metalli è capacissimo di corpo hà quasi tripla proporzione, cioè che è del 18 al 7, ovvero più sottilmente del

1551 al 600. Il ferro parimente e nell' ampiezza di corpo, e nel peso s' avvicina all' argento più degl' altri; Imperocchè dell' uno, e dell' altro, è quasi quella proporzione che è del 3 al 4, ovvero accuratissimamente come 634 al 929, l' oro è tanto più grave del ferro, quanto il numero senario dal novenario è superato, ovvero con l' esattissima proporzione del 1551 al 634. Finalmente l' argento vivo e in peso, e in mole di corpo all' oro prossimamente s' accosta, nientedimeno è più leggiere, e più capace dell' oro, ed hanno trà di loro quasi quella proporzione, che hà il 3 al 4, ovvero accuratissimamente come il 1158 al 1151, così dice egli; le quali cose ripete nel teatro della natura lib. 2 verso il fine del fog. a me 260, dove egli aggiunge queste cose: Ne' Metalli la proporzione del volume, ovvero della grandezza è la medesima che de pesi, ma con ragione contraria, come l' oro è quasi trè volte più grave dello stagno: adunque il volume dello stagno, ovvero la di lui grandezza del medesimo peso del quale sarà la proposta massa dell' oro, sarà quasi trè volte più grande della massa dell' oro (così lo stimo doversi leggere, altrimente di quello, che dichino alcuni esemplari depravati) ma Francesco Fusseo Candala Archimede Francese fù il primo, che ciò dimostrasse pigliati sei corpi de Metalli della medesima longhezza, e tirati per il medesimo forame, quelli con sottilissimi pesi gl' appese all' equilibrio; e perchè l' argento vivo non si poteva tirare impresse un pezzolino d' oro, ovvero d' argento in un' osso di seppia, doppo trattone via l' oro riempì la concavità con l' argento vivo, doppo lo gettò nel concavo della Bilancia, acciò sapesse la gravità del peso. Queste cose dice Bodino, le quali perciò io hò determinato d' addurle, acciò le cose dette di sopra in parte si confermino, ed in parte si lasci all' elezione dal Lettore in queste cose, che sono alquanto differenti. Imperocchè in questa materia non si può stabilir cosa di certo per la cagione apportata di sopra.

Ma se dunque piace ritenere le commemorate proporzioni date dal Bodino si potranno i diametri de Metalli trasferire nella linea Metallica dall' una dell' aggiunte tavolette, o pur dall' altra nella medesima maniera al certo che io hò insegnato sopra al foglio 87

L'oro

L'oro in ragione di peso, mentre sia della medesima grandezza hà proporzione al	come il 1000. al
Argento vivo.	$746\frac{3}{5}$
Piombo.	$643\frac{1}{3}$
Argento.	599
Rame.	470
Ferro.	$408\frac{4}{7}$
Stagno.	$386\frac{4}{7}$
Marmo.	240
Sasso.	165

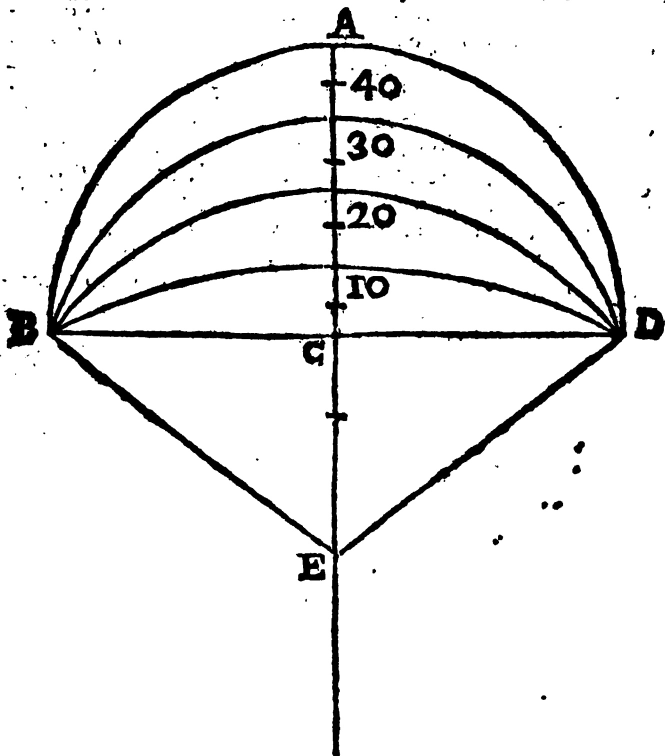
I diametri delle sfere egualmente pesanti in particelle eguali.	
Oro.	1000
Argento vivo.	1102
Piombo.	1158
Argento.	1186
Rame.	1286
Ferro.	1348
Stagno.	1374
Marmo.	1863
Sasso commune.	2110

VII. La

VII. *La linea aggionta sotto la lettera G.*

L'Uso della linea quadratrice sopraposta s'esten de solamente alle figure regolari, ed al circolo; ma essendochè non di rado i segmenti del circolo, e i settori, le lunole, ovvero altre figure miste si propongono da quadrare, l'Autore hà voluto aggiungere questa alla prima, ed indi alla medesima gl'impose il nome; la ragione della construzione di cui, quantunque sia alquanto più difficile, che delle superiori; nulladimeno con la perspicuità dell'esposizione ci sforzaremo render la cosa facile.

Facciasi il semicircolo *ABD*, al cui diametro *BD*



apert-

a perpendicolo sia insistente il raggio *AC*, il quale deve dividersi in tante parti eguali, quante linee quadratrici de segmenti piacerà di scrivere nell' instrumento, l'autore l'hà divise in parti 20 delle quali 18 n' hà notate nell' instrumento, ma quelle due che sono prossime al centro l'ha tralasciate; quanto al rimanente quanto più sono queste parti somiglianti, così anco sarà più esatta la quadratura. Dividiamo dunque il detto raggio *AC* in parti 40, ed il medesimo protraiamolo in infinito verso la parte *E*, nella qual linea prolongata sono da cercarsi i centri di quelli archi, li quali dall' *A* per ciascheduno di questi punti della divisione sino al *C* descriver si devono, i quali archi dividono tutto il semicircolo in 40 parti. Ma devono investigarsi l'Aie di ciascheduno di questi segmenti, de quali l'ultimo è certamente massimo, e insieme esso semicircolo *ABCD*, la cui Aia per le cose di sopra è già manifesta, imperocche sendosi posto il semidiametro 100000, si fà l'Aia del cerchio 31415260000, sarà l'Aia del semicircolo 15707963000000, ma i seguenti segmenti si cercano in questa guisa. Prendasi il raggio *AC*, ovvero *CD* di parti 100000, ed in tali parti si vadi investigando la quantità sì de' raggi, che descrivono qualsivoglia arco, come anco di essi archi descritti, così anco finalmente di tutti i perpendicoli contenuti in ciascheduno triangolo de Settori, il che con l'ajuto del Canone de seni, e per la sottoposta tavoletta si fa.

Gra-

Gradi primi, e scrupoli secondi in parti tali, delle quali il raggio ne contiene 10000000.

Gradi.	Parti della Circonf.	Gradi.	Parti della Circonf.	Scrupoli P.	Parti della Circonf.	Scrup. S.	Parti della Circonf.
1	1745, 33	60	104719, 75	1	29, 09	1	48
2	3490, 66	70	122173, 10	2	58, 18	2	97
3	5235, 99	80	139626, 40	3	87, 27	3	1, 45
4	6981, 32	90	157079, 63	4	116, 36	4	1, 94
5	8726, 65	100	174532, 92	5	145, 45	5	2, 42
6	10471, 98	110	191986, 30	6	174, 54	6	2, 91
7	12217, 31	120	209439, 50	7	203, 62	7	3, 39
8	13962, 64	130	226892, 90	8	232, 71	8	3, 88
9	15707, 97	140	244346, 20	9	261, 80	9	4, 36
10	17453, 30	150	261799, 38	10	290, 89	10	4, 85
20	34906, 58	160	279252, 80	20	581, 78	20	9, 70
30	52359, 87	170	296706, 10	30	872, 66	30	14, 54
40	69813, 20	180	314159, 22	40	1163, 56	40	19, 39
50	87266, 46			50	1454, 46	50	24, 25

Ed in vero se la metà degli archi, quali tu vuoi, si multiplicano per i suoi raggi, si producono l'Aie de Settori, da quali si devono sottraere l'Aie de triangoli contenuti in quei Settori, e rimarranno l'Aie de segmenti, le radici quadrati delle quali devono estraersi, e trasferirsi nell'instrumento, le quali cose tutte con l'esempio si faranno più chiare. Sia l'Aia da investigarsi del segmento vigesimo *B 20 DC*, il che, acciò si faccia, fà di mestiere primieramente cercar l'Aia del Settore *EB 20 D* in questa maniera. La linea *C 20* per esser la metà del raggio *CA*, sarà di parti 50000, la qual tangente nel canone delle tangenti ne dà l'arco di 26 gradi, 34 scrupuli, il quale è l'angolo *CD 20*, raddoppia quest' angolo, ed averai la metà dell' angolo verticale nel proposto Settore, cioè l'angolo *DEC* 53 gradi, e 8 scrupuli (imperocchè nel triangolo Isoscele acut' angolo, quale è quì *DE 20*, se dall' uno de due angoli eguali si lascia andare la perpendicolare ad uno delli due lati: l'angolo verticale del triangolo minore tagliato sarà in proporzione subdupla al verticale del triangolo Isoscele dato) di quest' angolo il complimento all' angolo retto è l'angolo *EDC* 36 gradi, 52 scrupuli, la cui secante *DE* nel canone *E* 124995 di parti tali, quali il raggio *CD*, ne hà 100000 del medesimo angolo la tangente *EC* nel medesimo modo si ritrova 74991, e questa tangente è il perpendicolo del triangolo *EBD* contenuto nel proposto Settore. In oltre la metà della base del Settore, cioè l'arco D 20, che costa de gradi 53 e 8 scrupuli (imperocchè tanto è ritrovato per l'avanti l'angolo *DEC*, ovvero *DE 20*) per la precedente tavoletta si riduca in tali parti, delle quali il raggio *ED* è 100000. In questa maniera i gradi 50 hanno parti 87266; i gradi 3 hanno 5236, e finalmente otto scrupuli hanno 233. Di due di queste parti la somma 92735, è l'arco *D 20*, la metà della base nelle parti del raggio *ED* 100000, ma voglio ancora nelle parti delle quali il raggio *DC* 100000, ovvero chè gli e il medesimo, la sopraritrovata secante *DE* 124995 n'ottiene. Instituiscasi dunque tale analogia, siccome gli è il raggio *ED* 100000 all'arco *D 20*. 92735, così la secante *ED* 124995 è al medesimo arco *D 20*. 115914 multiplica della base questa metà 115914, ed il raggio *BD* 124995 del proposto Settore, ed il numero fatto 14488670430 è l'Aia del Settore *EB 20 D*,

20 D, dalla quale si sottragga del medesimo il triangolo *EBD* 749910000 (quest' Aia del triangolo si ritrova multiplicando il perpendicolo per l'avanti trovato *ED* 74991 per la metà della base *CD* 10000.) Il residuo 6989570430 è l'Aia del segmento *B* 20 *DC*, la cui radice quadrata è 83604

Ed essendomi servito di questo modo preso il raggio di 7 cifre per cagione di più certo calcolo, ed ancora non disprezzati i scrupuli secondi, hò formato la qui aggiunta tavoletta, nella quale si propongono le radici estratte da ciaschedun' Aia di ciaschedun segmento, in parti tali delle quali il semidiametro *CD* n' hà 100000

Ma per venir' una volta finalmente al modo della fabbrica: questa linea hà due ordini di numeri uno esterno, il quale si termina nella nota semicircolare ◠ l'altro interno, la cui fine è il segno del quadrato ⌐; è certamente prima per l'ordine esteriore fà di mestiere da principio divider la linea dell' instromento, non già tutta, ma in circa i quattro quinti in 40 parti eguali, ed a tutt' i punti della divisione i numeri convenienti esteriormente notare, in guisa che la di lei estremità i ovvero il quadragesimo punto abbia ascritta la nota ◠, doppo a i punti seguenti verso il centro s'assegnino i numeri 39. 38. 37. 36 &c., quantunque gli ultimi punti 3. 2. 1 per cagione di quel cerchietto, nel cui centro si rivolge l'instrumento, men commodamente descriver si possino, e questa linea di 40 parti eguali è quell' istessa, la quale nella figura superiore al foglio 107 concepir dobbiamo.

Sotto il raggio *CA*, nel quale si contiene l'altezza di ciaschedun segmento: ovvero il che è il medesimo sotto la linea *CD*, ovvero *EB*, la quale è la metà della corda di ciaschedun segmento in pratica, sempre deve collocarsi trasversalmente frà i segni ◠◠.

Dappoi l'ordine interno de numeri, il qual progresso termina al segno ⌊⌋ continente i lati de medesimi segmenti ridotti a quadrati in parti tali, delle quali la linea dell' ordine esteriore dè numeri ne hà 200000, cioè la linea tirata dal centro sino al segno ◠, ma questi lati, essendo tu per trasferire dalla tavoletta su di sopra nell' instromento, fà di bisogno, che ora la detta linea dell' ordine esteriore in qualche primo la dividi in 100000

parti

parti eguali, e di là adoprato il compendio del parallelogrammo dichiarato di sopra, andarai pigliando i lati ad uno ad uno nella tavola notati, gettate via due

Il numero de segmenti.	*Radici Quadrate estratte dall' Aie de segmenti in parti del raggio* 100000.	*Il numero de segmenti.*	*Radici Quadrate estratte dall' Aie de segmenti in parti del raggio* 100000.
1	17946	21	85860
2	25833	22	88088
3	31646	23	90289
4	36554	24	92463
5	40893	25	94614
6	44825	26	96746
7	48454	27	98838
8	51846	28	100960
9	54669	29	103042
10	58094	30	105114
11	61006	31	107169
12	63805	32	109210
13	66510	33	111256
14	69132	34	113285
15	71681	35	115304
16	74164	36	117322
17	76594	37	119330
18	78971	38	121337
19	81304	39	123336
20	83663	40	125331

Semicircolo.

note alla destra, s'elle saranno meno di 50, ma se saranno sopra il 50 per esse aggiunta l'unità al numero rimanente, ora impressi tutt'i punti nella linea s'ascrivino nella parte di dentro i numeri convenienti, incominciando dal segno [ ], nel quale cade l'ultimo lato, e di lì a seguenti punti andando seguitando verso del centro 39. 38. 37 &c. siccome di sopra nell' ordine esteriore è stato fatto.

Io sò molto bene, che l'Autore osserva contraria maniera, e che fa il principio della numerazione non dal centro, ma da' segni ⊏ , ed |_|, come è manifesto per il problema 31 al foglio 43, cioè l'Autore nella linea *AC* (vedi la figura sopra al fogl. 107) numera i seguenti, non come facciamo noi dal *C* verso l'*A*, ma all' incontro dall' *A* verso il *C*, così in guisa, che il semicircolo a lui sia il primo segmento, il quale a noi è l'ultimo, nientedimeno è una cosa medesima, avvenga che sia la medesima via, che conduce da Atene a Tebe, che da Tebe ad Atene. Nulladimeno pare, che la nostra maniera sia più commoda, avvenga che in questa maniera i numeri minori del numero denario (l'Autore dell' Altorigmo li chiami digiti) cadono a quei punti della divisione, i quali al centro dello Strumento più s'avvicinano, dove maggiormente le linee coartate fanno lo spazio angusto, e non ben capace de' numeri maggiori: ma i numeri rimanenti, come gli articoli, e composti, li quali costano di due note, cadono a quei punti, dove le linee maggiormente si diffondono, ed ammettono la inscrizione de' numeri più grandi.

Ma nulladimeno se piace è la maniera dell' Autore, ed il modo del numerare, e la divisione in 20 parti ritenere, eccoti la Tavoletta con la quale tu ciò puoi fare, presa dalla superiore, e gettate via due ultime note resa più corta: Dalla quale i lati de' quadrati di ciaschedun segmento delle Aie, nella medesima maniera, che sopra trasferirai nello Strumento, e sarà questa linea.

Aggiunta apparecchiata all' uso.

E Queste divisioni sono quelle l'uso delle quali l'Autore dichiara nella prima parte del suo trattato.

Imperocchè quelle ha stimato bastanti all' uso civile, e militare, al cui specialmente hà voluto, che questo nobilissimo ritrovato fosse di servizio. Aggiungerò nulladimeno trè altre in grazia di quelli usano diligenza in oltre di conoscere la natura dell' instrumento di molt' industria. Prima delle quali contiene le corde sotto tendenti all' arco del cerchio: l'altra de' cinque

corpi regolari inscritti nella sfera: terzo contiene i lati, ovvero radici de medesimi corpi frà di loro eguali.

Ordine de seg-menti.	*Radici Quadrate in parti del raggio 10000.*	*Ordine de seg-menti.*	*Radici Quadrate in parti del raggio 1000.*
Semid.	1253	10	837
1	1213	11	790
2	1173	12	742
3	1133	13	691
4	1092	14	638
5	1051	15	581
6	1010	16	518
7	967	17	448
8	925	18	366
9	981	19	258

8. *Linee delle corde sotto la lettera H.*

Descrivasi il semicircolo di tanto diametro in qualche piano, quanto è la linea tutta dell' instrumento, e questo in 180 gradi, con la maggior diligenza possibile accuratissimamente si divida in qualche maniera, che prescrivono i divisori primi di questo numero, ritrovati nel modo, che sopra nella linea aritmetica si è significato 2. 2. 3. 3. 5, ma nulla importa, anzi molto più commodo sarà, tu muti l'ordine de divisori primi in questa guisa 3. 5. 3. 2. 2, cioè a dire se il semicircolo primieramente in tre, quantunque poi la terza in cinque, e ciascheduna delle quinte in 3 delle terze in 2, e delle seconde in altre due eguali parti subdividi. Imperocchè l'espansione del compasso al semidiametro li somministra subito la divisione ternaria del semicircolo; avvenga che il semidiametro sia sottotendente alla sesta parte del cerchio, ovvero alla terza parte del semicircolo. Pitisco Trigonometria lib. 2. prop. 29, ma la subdivisione di ciascheduna terza parte fatta per cinque, pare che avanti quella fatta per due, ovvero

per

per 3 instituir si debba per quella cagione, perchè più facilmente noi distribuiamo l'arco del cerchio mentre è maggiore, che mentre gli è fatto minore, e per le precedenti molte divisioni, quasi attenuato in più particelle. Fatta questa distribuzione, le corde di ciaschedun grado fissato un piede del compasso in quell' estremità del diametro, dove si dà principio alla numerazione de gradi, disteso l'altro piede ordinatamente a ciascheduno de gli altri gradi s'averanno, e nella proposta linea si trasferiranno: notati i numeri convenienti di ciaschedun numero decimo. Quantunque le corde degli ultimi gradi del semicircolo non abbino tal differenza percettibile in guisa, che appena noi li potiamo pigliare a 5. a 5, non che ad 1. ad 1...... prendino solamente dal semicircolo le corde de gradi a 5. a 5, ovvero a 10. a 10, poi subdivida li spazj intermedj nell' instrumento in particelle eguali a 5. a 5, ovvero a 10. a 10.

Se piace per cagione di maggior certezza, potrai il modo seguente congiungere col precedente, ovvero adoprando separatamente. Cerchinsi le corde di ciaschedun grado in questa guisa. Avvenga che il seno retto sia la metà della sottotendente dell'arco doppio: adunque se si segarà l'arco in due parti eguali sottoteso dalla corda, ed il seno della metà si raddoppi, si averà la corda in tali parti, delle quali è stato preso il raggio, ovvero il seno, come nel canone, come sarebbe a dire, se io volessi sapere la corda de gradi 45 prendo la metà di quest' arco, cioè a dire 22 gradi, e 30 scrupuli, il cui seno è 38268 raddoppiato da 76536 per corda dell' arco di gradi 45 nelle parti del raggio 100000, e perciò del diametro 200000, per lo chè fà di mestiere in qualche piano segare il diametro, cioè la proposta linea dell' instrumento, e quindi le corde nel detto modo cercate, lasciate però le due ultime note prenderle da trasferirle nell' instrumento.

Benchè sia meglio aver tutte quelle corde in tali parti delle quali il diametro totale è 100000, il che noi facilmente conseguiremo se noi prenderemo dal canone il seno dell' arco poco fà in due parti eguali segato, come nell' esempio primo, la corda de 45 gradi è 38268 in parti tali delle quali il diametro n' hà 10000,

Imperocchè quell' è il seno della metà 22 gradi, 30 scrupuli, la ragione è per la 15 prop. del 5 d'Euclide, imperocche come il numero tutto 200000, al tutto 76536, così la metà del medesimo 100000 al 38268, imperocche le parti con le parimente multiplici sono nella medesima proporzione, e di quì s'è formata l'aggiunta tavoletta, col mezzo della quale potrai senza fatica, dal diametro in parti 20000 diviso, traere le corde di ciaschedun'arco.

Le corde degl' Archi del Cerchio supputate al diametro 10000.

Gradi.	Corde.	Gradi.	Corde.	Gradi.	Corde.
1	9	31	267	61	508
2	17	32	276	62	515
3	26	33	284	63	523
4	35	34	292	64	530
5	44	35	301	65	537
6	52	36	309	66	545
7	61	37	317	67	552
8	70	38	326	68	559
9	78	39	334	69	566
10	87	40	342	70	574
11	96	41	350	71	581
12	105	42	358	72	588
13	113	43	367	73	595
14	122	44	375	74	602
15	131	45	383	75	609
16	139	46	391	76	616
17	148	47	399	77	623
18	150	48	407	78	629
19	165	49	415	79	636
20	174	50	423	80	643
21	182	51	431	81	649
22	191	52	438	82	656
23	199	53	446	83	663
24	208	54	454	84	669
25	216	55	462	85	676
26	225	56	469	86	682
27	233	57	477	87	688
28	242	58	485	88	695
29	250	59	492	89	701
30	259	60	500	90	707

Le corde degl' Archi del Cerchio supputate al diametro 10000.

Gradi.	Corde.	Gradi.	Corde.	Gradi.	Corde.
91	713	121	870	151	968
92	719	122	875	152	970
93	725	123	879	153	972
94	731	124	883	154	974
95	737	125	887	155	976
96	743	126	891	156	978
97	749	127	895	157	980
98	755	128	899	158	982
99	760	129	903	159	983
100	766	130	906	160	985
101	772	131	910	161	986
102	777	132	914	162	988
103	783	133	917	163	989
104	788	134	921	164	990
105	793	135	924	165	991
106	799	136	927	166	993
107	804	137	930	167	994
108	809	138	934	168	995
109	814	139	937	169	995
110	819	140	940	170	996
111	824	141	943	171	997
112	829	142	946	172	998
113	834	143	948	173	998
114	839	144	951	174	999
115	843	145	954	175	999
116	848	146	956	176	999
117	853	147	959	177	999
118	857	148	961	178	9[illegible]
119	862	149	964	179	[illegible]
120	866	150	966	180	[illegible]00

Ma se alcuno vorrà solamente inserire nell' instrumento le corde del quadrante, il che io vedo farsi da alcuni, descriva tutta la linea da dividersi dell' instrumento, in un piano, e sopra questa vi descriva un quadrato per la 46 prop. del 1 lib. intorno a questo quadrato descriva un cerchio per la 9 prop. del 4, e con l'ajuto della precedente tavola di ciascheduno arco del quadrante, le corde in tali parti delle quali il diametro del cerchio circonscritto è 1000 trasferisca nell' instrumento.

Quantunque queste lunghezze potranno schivarsi adoprata questa tavoletta, nella quale ho posto le corde di ciascheduno arco del quadrante pigliato a 5. a 5. in tali parti, delle quali la corda del quadrante n' hà 1000 della quale volendoti tù servire, segherai come per l'avanti in 1000 parti eguali, ed in tali parti le corde nella tavoletta descritte imprimerai nella linea proposta, nell' estremità della quale caderà il grado nonagesimo, gl' intervalli di questa medesima sezione in 5 parti eguali si dividono, avvenga che in così picciolo spazio la differenza dell' incremento sensibilmente non si muti.

Gradi.	Corde.	Gradi	Corde.
5	62	50	598
10	123	55	653
15	185	60	707
20	246	65	770
25	306	70	811
30	366	75	861
35	425	80	909
40	484	85	955
45	541	90	1000.

9. *La linea de' Corpi da inscriversi nella medesima sfera lett. I.*

DI questa tal divisione il modo, ò è lineale, ovvero numerale: de quali quello s' hà appresso Euclide lib. 13 prop. 18, (benchè con l'ajuto de seni facilmente si possa ancora ridurre a numeri) questo poi è in questa forma. Prendasi il raggio della sfera circonscritta, nella quantità del seno totale 100000, ed in tali parti delle quali egli è 100000 si cerchino i lati de corpi inscritti. E prima certamente costa per la prop. 13 del lib. 13 d'Eucl. che il diametro della sfera è in potenza sesquialtera al lato d'essa piramide, ovvero del Tetrahedro, la qual proporzione è di 3 al 2, cioè di quali parti 3 sarà quadrato del diametro, di tali 2 è quadrato del lato del Tetrahedro, facciasi dunque come 3 al 2, così 40000000000 quadrato del diametro della sfera al 26666666666 quadrato del lato del Tetrahedro, la cui radice 16299 è esso lato del Tetrahedro inscrittibile.

Secondariamente per la 14 prop. del medesimo lib. il diametro della sfera è in potenza dupla al lato del Tetrahedro, cioè, de' quali parti il 2 sarà quadrato del diametro de tali 1 sarà quadrato del lato del Ottahedro, facciasi dunque come 2 a 1, così 40000000000 al 20000000000, la cui radice 141421 è il cercato lato dell' Ottahedro.

In terzo luogo per la 15 prop. del medesimo lib. il diametro della sfera è in potenza tripla al lato del cubo, per la qual cosa facciasi come 3 ad 1, così 40000000000 al 13333333333, la cui radice quadrata 115470 è lato del cubo da inscriversi.

Questi lati apportati de corpi derivano da quel Teorema d'oro di Pittagora delle potenze de lati nel triangolo rettangolo: ed è la penultima prop. del primo lib. appresso Eucl. Ma i lati degli altri due corpi si cavano da quell' altro tesoro della Geometria delle sezioni della linea secondo nella proporzione che abbia il mezzo, e due estremi, la quale si hà nel medesimo luogo la proposizione 11 del 2 e 30 del sesto. Adunque per ritrovare il lato dell' Icossahedro, primieramente si cerchi il raggio di quel cerchio, che circonscrive 15 lati dell' Icossa-

Icoſsahedro, dal quale, cioè a dire l'Icoſsahedro e conſtituito, ed il quale paſſa per i cinque angoli dell' Icoſſadedro; ma a queſto raggio il diametro della sfera è potenza quintupla per il corollario primo della prop. 18 del 13 lib. Facciaſi dunque come 5 ad 1, così la potenza del diametro 4000000000 al 800000000, la cui radice quadrata 89443. Ora queſto raggio deve ſegarſi ſecondo la propotzione, che abbia il mezzo, e due eſtremi per la 11 del 2, ovvero per la 30 del 6, il che non ſi può fare preciſamente, imperocchè non ſi può dividere un numero in due, in guiſa tale, che'l numero prodotto dal tutto, e da una delle parti ſia eguale al quadrato dell'altra parte, come dimoſtra il Clavio alla prop. 14 e 29 del lib. 9, nientedimeno ancora i numeri propinqui al noſtr' inſtituto ſodisfanno. Ma ſe dunque la linea tutta da ſegarſi, ſi concepiſca eſſere di 100000 parti, il ſegmento maggiore ſarà di 61803, ma il minore 38197 con la qual proporzione ſe ſi ſegarà il ſopradetto raggio 89443 ſarà il maggior ſegmento 55268 e queſto ſegmento per la 5 e 9 prop. del lib. 13 è il lato del decangolo, il quale un poco avanti nel detto cerchio inſcriver ſi può, laonde il raggio del medeſimo cerchio ſarà 89442 di queſto raggio, e di quel maggior ſegmento le potenze, ovvero quadrati 7999871364 e 3055657284. Se inſieme ſi congiunghino, conſtituiſcono il quadrato del lato del quinquangolo nel medeſimo circolo 11055528648 per la 10 prop. del lib 13, la cui radice 105145 per eſſere frà i due angoli dell' Icoſſahedro, ſarà al certo il lato dell' Icoſſahedro per la 11 e 16 del medeſimo lib.

Finalmente il lato del Dodecaedro, ſe il lato cubico 115470 ritrovato di ſopra ſi divida con l'eſtrema, e media proporzione, avvenga che il ſegmento maggiore 71364 è lato del dodecaedro per il corollario 2 della prop. 16 del 13 lib. d'Euclid.

L'aggiunta quì tavoletta propone la ſomma di queſto calcolo con l'ajuto della quale avendo tù a formare la diviſione propoſta, divide tutta la linea dell' inſtrumento, la quale noi concepiamo eſſer diametro della sfera, ovvero aſſe in qualche piano in parti eguali 2000. E pigliati dalla tavoletta i lati de corpi regolari in tali parti laſciate però le due ultime note ſe ſiano

ſotto

sotto al 50, ma se siano sopra aggiunta l'unità per le medesime al rimanente, trasferisce nell' instrumento, e finalmente a ciaschedun punto assegna i nomi de corpi, ovvero, il che basta, le lettere dalle quali cominciano i nomi loro. *S. P. O. C. I. D.* Imperocchè con quest' ordine si succedono in guisa, che il punto dell' asse cada nell' estremità della linea, seguiti poi il lato della piramide, ovvero Tetraedro: poi dell' Ottaedro, inoltre d' Esaedro, ovvero Cubo: dell' Icosaedro, ed il minimo di tutti finalmente del Dodecaedro.

	Lati de corpi regolari inscritti nella medesima sfera in parti tali delle quali l'asse n' hà 2000, 00.
Piramide.	1632, 99
Ottahedro.	1414, 21
Cubo.	1154, 70
Icosaedro.	1051, 45
Dodecaedro.	1713, 64

X. *Linea, equatrice della sfera, o de' corpi regolari, e reduttrice trà di loro lett.* K.

QUesta linea risponde alla Tetragonica dell' Autore, imperocchè siccome per quella è il cerchio, e le figure ordinate multilatere si quadrano; così per questa tanto la sfera, quanto i corpi regolari si cubano, e trà di loro si trasmutano, imperocchè abbraccia i lati di tutti questi eguagliati li quali come devino ritrovarsi, ora deve dimostrarsi. E primieramente deve pigliarsi una certa, e numerata solidità, la quale una medesima attribuiamo a tutti i corpi. E quella sia 1000000000000000, ed il lato certamente al cubo di questa presa solidità la radice cuba è 100000, ma il diametro della sfera si investiga con questa analogia. Si dimostra dal Clavio nella Geometria pratica lib. 5 fog. 253.

253, che così sia il cubo del diametro alla solidità della sfera, come il 21, al 11, adunque scambievolmente ancora come li 11, al 21, così la solidità della data sfera 1000000000000000 al cubo del medesimo diametro 1909090909090909, la cui radice 124054 è diametro della proposta sfera.

Secondariamente per il lato del Tetraedro si cerca prima la diagonale della base del dato Cubo, la quale è 141421 trà la quale, ed il triplo di essa 424263 se si cercano due medie proporzionali, e dalla prima media s'estragga la radice cuba sarà quella 203961 cioè a dire il lato ricercato del Tetraedro, ovvero della piramide eguale al cubo.

Così parimente degl' altri corpi regolari i lati hò io investigato, cioè dell' Ottaedro 128480 dell' Icosaedro 75860 del Dodecaedro finalmente 49900 hò investigato per la proposizione 42 del lib. 8 della Geometria pratica del Clavio.

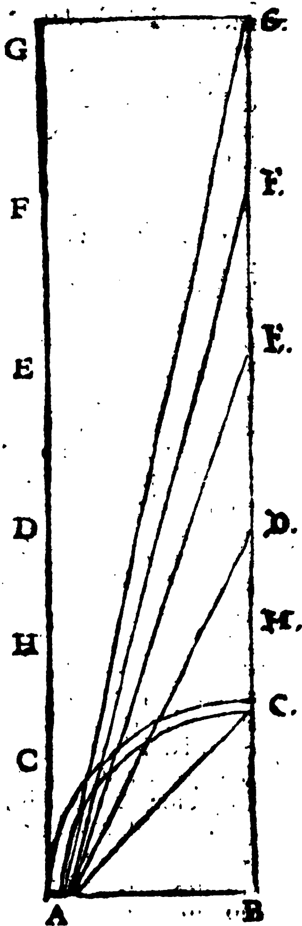
Quanto al rimanente, come il lato della piramide, la qual linea è massima frà queste, e necessario, che cada nell' estremità della linea da dividersi, acciocchè questi lati s'abbino nelle parti tali, delle quali il lato della piramide è 100000 li quali per l'aggiunta Tavoletta s'hanno, dalla quale i lati di ciaschedun corpo eguagliato commodamente potremo nello Strumento trasferire, se tutta la linea dello Srumento in qualche piano sarà segata in parti 1000, e di là i lati nella Tavoletta notati si cavino, lasciate però le 2 note ultime.

Lati della sfera de' corpi regolari, eguali in parti tali, delle quali il lato della piramide eguagliata a' medesimi, è 100000.

Ottaedro.	62992	*Icossaedro.*	37190
Sfera.	60822	*Dodecaedro.*	24465
Cubo.	49029		

Divi

Divisione de' quadranti interposti a' lati dello Strumento.



I Quadranti, che si descrivono nel lembo fraposto a' lati dello Strumento hanno una spedita divisione. Imperocchè il primo al certo, il quale è interiore si sega in 12 parti eguali, e costituisce la scala de Bombardieri, della quale essi si servono ad alzare le machine con una certà altezza, ed a gettare i globi in una distanza imposta. La mira volubile della quale l'Autore fa menzione al foglio 56 si disegna espressa nella figura con la lettera *B* a questa seguita il quadrante Astronomico, la di cui divisione in 90 gradi eguali non hà punto di difficoltà particolarmente di questo numero osservati i primi divisori 3. 3. 5. 2, e certamente il raggio stesso del quadrante descritto subito somministra la prima divisione; la quale è fatta per 3.

E' una certa circonferenza compresa da due quadranti, la quale alcune linee transverse segano con le quali l'inclinazione de' muri s'investigano, questo riceve. La forma di questa divisione è tale. Piglisi la longhezza della linea dal centro dello Strumento sino al quadrante interiore della detta superficie: con il qual raggio descrivasi il quadrante *ABC*, e di lui un lato *BC* infinitamente si prolunghi; E questa prolungazione con gl'intervalli *BC* per egual divisioni sia segata in *DEFG*, ec. da' quali punti tiransi le linee rette

sino

sino all' *A* le quali formano nel quadrante quelle linee transverse. *A* ciascheduna di queste si devono ascri vere i suoi numeri, in guisa che, come quella linea la quale si descrive dalla linea *D A* hanno annotato il numero 2 *B A* 3 *F A* 4 *G A* 5, ec. possono farsi le sezioni intermedie, come a dire, se dall' *H* all' *A* si tira la linea, alla quale deve certamente ascriversi il numero 1 ½. Ma dall' *A* si lascia andare il filo perpendicolare, il quale trapassando le linee del già descritto quadrante darà giudizio dell' inclinazione de' muri. Come sarebbe a dire sia il lato *B G* (come quello, che risponde ad uno de' lati dello Strumento) s'applichi al muro, ed il perpendicolo sia pendente dall' *A*, all' *E*, io dico, che il muro è così inclinato, che la perpendicolare dalla di lui sommità, lasciata andare alla base, e tripla alla base. Imperocchè *E B*, e tripla alla *BA*, con questo esempio solo facilmente s'intende la Fabbrica, e l'uso insieme; Ma se dall' *A* in *C* cada il filo sarà il medesimo il Cateto con la base del muro, avvenga che *A B*, e *BC* siano trà di loro eguali.

L'Ultima divisione de' quadranti ha il geometrico transferimento nel quadrante del cerchio, ma quantunque il volgo soglia dividere l'una, e l'altra ombra del quadrante Geometrico, e dipoi in certe altre subdividerle: nulladimeno è molto più commoda la divisione centenaria dell' Autore, perciocchè la scala totale 100 tenendo il primo luogo nella regola del 3. rende spedita la divisione. Ma la struttura sta in questa maniera, descrivasi, il quadrato con un lato tanto longo, quanto è la linea, che si stende dal centro dello Strumento fino al quadrante da dividersi. In questo quadrato del cerchio li descriva il quadrante, il quale sia eguale al nostro quadrante da dividersi; doppo due lati del quadrato, cioè a dir quelli, che toccano il quadrante in 100 parti eguali con la riga affissa nel centro del quadrante, e applicata a ciascheduna di quelle divisioni, in esso quadrante si descriveranno, ed i numeri così si noteranno, in guisa che l'una, e l'altra scala nel quadrante si vada incontro, e nella di lui metà concorra, dove le parti massimamente si stringono.

E queste cose è piaciuto di scrivere intorno all' artifiziosa costruzione, e divisione di questo Strumento,

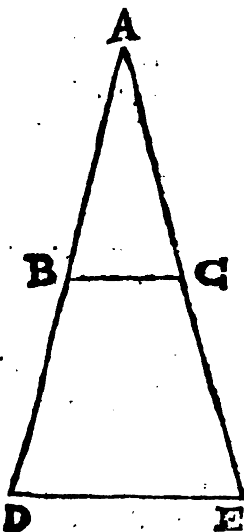
la

la quale chi saprà non è dubbio, che è più facilmente farà per intendere, e più fermamente sia per tener a memoria quelle cose, che dell' uso dello Strumento si comandano, di quello che farà chi è non consapevole de' fondamenti è forzato di vedere con gl' occhi altrui.

L'altra parte delle Annotazioni, la quale contiene la dimostrazione, alla cui come a fondamento l'uso dello Strumento, e la Fabbrica s'appoggia.

DUe modi di cognizione, e scienza si danno da' Logici, avvenga che, ò noi cognosciamo la cosa come stà, ò veramente per cagione, e da' primi fondamenti l'investighiamo, de' quali questo è di gran lunga più eccellente di quello; avvenga che per loro sentimento il sapere sia conoscer la cosa per cagione. Acciocchè dunque noi potiamo aver la cognizione di questo Strumento, fermata con fondamenti stabili della Geometria, apportarò la generalissima dimostrazione, alla quale tutt' i problemi, e dell' Autore, e seguenti s'appoggiano: è la quale rettamente consciuta; tutti quelli senza fatica si conosceranno. Avevo certamente determinato di ciaschedun problema dell' Autore, e dichiarazione maggiore addurre, come che il Titolo dell' annotazione promette, ma perchè alcuni impedimenti frapposti ritardarono questa impressione, e lo Stampatore chiamando di già fuori le fiere, addimanda che si ponga l'Ultima mano all' Opera; sono forzato di tralasciare questo, che sia, e nella terza seguente parte esser più breve.

Sia il triangolo Isocele, ovvero sia il triangolo equilatero *ADE* del quale due lati *AD*, ed *AE* rispondino a' i lati dello Strumento, ora fa di mettiere dimostrare, che tutte le linee parallele alla base (cioè a dire quelle, che nello Strumento trasversalmente si prendono) ò tenere trà di loro la medesima proporzione, che hanno gl' intersegmenti de' lati. Tirisi per tanto la parallela *BC* dico esser *BC* al *DE* come *AB* alla *AD* avvengachè i triangoli equiangoli abbino i lati proporzionali li quali sono intorno agl' angoli eguali per la 4 propos. del lib. 6. d'Euclide, mà *ABC*. *ADE* sono triangoli equiangoli, adunque i lati, che comprendano i di loro angoli eguali al *B*, ed *D* saranno trà di loro proporzionali, la minore si prova per quello, che tutti gl' angoli presi ad uno ad uno sono trà di loro eguali, conciosiacosachè l'*A* sia certamente comune all' uno, e l'altro triangolo: gl' altri poi alla base come *B*, ed *D*. Inoltre *C*, ed *E* sono eguali per la 5 prop. del 1, avvenga che siano de triangoli Isoceli, essendo che dunque sia come *AB* al *BC*, così *AD* al *DE*, sarà ancora come *AB* all' *AC*, così *BC* al *DE*, perchè in effetto nulla importa qual de termini proporzionali intermedj tù costituisca nel secondo, ovvero terzo luogo; perchè dunque *AD* è doppia dell' *AB*, sarà ancora *DE* doppia della *BE*, laonde se si offerisca la linea *DE* da segarsi in due parti eguali io costituisco quella transversalmente nelle linee arithmetiche trà il 100, i quali concepiamo essere i punti *D*, ed *E*, poi lasciando star lo strumento, così prendo la distanza 50 50, la quale è la linea *BC* subdupla alla data, e segante la medesima in due parti eguali. Così nelle linee Geometriche se *AB* si concepischi esser lato d'alcun quadrato, ed *AD* lato d'un' altro quadrato, che a quello sia doppio, se già ci si proponga da duplicarsi il quadrato, ov-



vero altra figura, il di cui lato sia BC sarà il DE, lato della figura duplicata, e la medesima ragione è negl' altri.

Ma non posso fare di non ammonire, che quantunque, e di questa, e dell' altre dimostrazioni le speculazioni, come tavole delle pacche si conservino immutabili: nulladimeno nell' isperimentare, ed operare per molte cause alcune volte accadono errori; Avvenga chè ò l'instrumento non è esquisitamente fabbricato, ovvero i punti nelle linee sono impressi più grandi del dovere, ovvero si perde dalla giusta grandezza per l'oblique sito de lati divaricati del compasso, e per il congiungimento delle cime un poco più rozzo di quello, che esser doverebbe. Benchè questo nostro Instrumento, meno che il compasso delle propozioni di Iodoco Briggio, ovvero qualsivoglia altro instrumento simile a questo esser sottoposto a gl' inganni, ma esser di gran lunga più amplo all' uso con ogni asseveranza confermo.

Terza parte delle Annotazioni; nella quale si dimostra l'uso di questo Instrumento, nel risolver altri problemi, oltre quelli dell' Autore, e da principio s' esplica l'uso della linea delle Corde.

ESplicarò l'uso delle divisioni tralasciate dall' Autore prima di venir ad altre cose; e primieramente la linea delle Corde hà molti usi; avvenga che con l'ajuto di essa a noi sia lecito.

1. Da un dato cerchio tagliarne un' arco addimandato; percioccbè quando del proposto cerchio il semidiametro egli è eguale alla corda di 60 gradi, presa direttamente senza fatica alcuna da quello l'arco addimandato si taglierà; cioè se la corda delli gradi desiderati dell' instrumento direttamente presa, s' accomodi sì fattamente nel dato cerchio, in guisa, che i suoi estremi siano nella periferia del cerchio. Imperocchè in cotal guisa l'arco cercato noi averemo. Ma se saranno trà di loro disuguali, il che per lo più suol' avvenire,

nire, deve dilatarsi l'instrumento, ovvero restringerlo, fin che l'intervallo transverso frà 60. 60 sia eguale al semidiametro del cerchio. E così lasciato immobile l'instrumento, trasversalmente si prende la corda delli gradi addimandati, la quale soddisfà al quesito. Ma se alli gradi siano congiunti parimente i minuti, niun' esattezza certamente aver si puole; nulladimeno con una diligente estimazione degli archi, la differenza della corda del dato grado, e del seguente si divide in tali parti, quale i minuti proposti, la parte d'un grado constituiscono. Imperocchè in tal guisa faremo, che non si commetta error sensibile, come se a noi ci fosse imposto tor via 63 gradi, 20 scrupuli, per essere 20 scrupuli una terza parte di un grado, lo spazio trà 63, e 64 con la mente lo divido in tre parti eguali, ed al semidiametro del cerchio dato trà 60. 60 transversalmente collocato, prendo l'intervallo 36 $\frac{1}{3}$ 36 $\frac{1}{3}$, il quale nel cerchio dato taglia l'arco addimandato.

2. Conoscere la grandezza del dato arco. Disteso l'instrumento, come per l'avanti alla longhezza del raggio posto del proposto cerchio frà 60. 60 gl'applichi transversalmente la corda del dato arco, in guisa, che li di lui punti cadino, ò nelle due medesime ò nelle due dalle due medesime egualmente distanti. Avvenga che tanti gradi si conteranno nel dato arco, quanti gradi si contengono trà il centro dell'instrumento, ed i punti ritrovati.

3. Data qualunque porzione di cerchio nota nelli gradi da quella venir in cognizione del diametro. Le due precedenti proposizioni, presuppongono noto il semidiametro. Ma se quella sarà ignota, si ritrova dalla data porzione del cerchio; se la di lui corda si ponga transversalmente trà quei numeri, li quali dissegnano li gradi della data porzione; e non mosso l'instrumento prendasi la distanza trà 60. 60. Imperocchè questa egli è il raggio del cerchio, del cui la porzione è stata data. Siano intese queste cose delle porzioni de semicircoli. Ma se saranno maggiori, si sottraghino dall'intero circolo 360, e con il residuo si proceda, come per l'avanti. Ma se questo raggio ritrovato di già, preso con il compasso da punti estremi farà l'intersecazione dell'arco dato, si averà il centro, dal

quale

quale il cerchio, del cui l'arco fù dato, puol descriversi.

4. Descrivere qualsivoglia data figura in un cerchio dato: Questa proposizione dipende dalla prima superiore. Aperto l'instrumento, all'intervallo del semidiametro accommodato alli punti 60. 60, si prendino transversalmente li gradi, a quali e sottotendente il lato del poligono da descriversi, e con l'ajuto di questo intervallo, ovvero corda, si divida il cerchio nelle parti addimandate, congiunti li punti delle divisioni per linee; Ma quell'arco al quale è sottotendente il lato del poligono, si conosce diviso l'intero circolo di 360 gradi per il numero de lati della figura.

5. Descrivere un cerchio interno ad una data figura equilatera, ed equiangolo. Si collochi transversalmente il lato della data figura, frà li numeri de gradi, a quali quello è sottotendente. Come sarebbe il dire del triangolo, trà il 120. 120 del quinquiangolo trà il 72. 72. ec. Doppo non mosso l'instrumento, prendasi l'intervallo 60. 60, con il qual raggio descrivasi il cerchio addimandato, del cui si hà il centro; se con l'intervallo del raggio dalli termini della linea data come da centri, si facci l'intersecazione. Vedi tù dunque l'operazione di questo essere conversa della superior proposizione, le quali due qui generalmente informate si specialmente si propongono ad alcune proposizioni del lib. d'Euclide.

6. Diminuire, ovvero accrescere in una continua dupla proporzione una data figura. Il lato del quadrato inscritto del cerchio, puol quanto i due raggi, cioè il di lui quadrato gli è eguale alli quadrati de due raggio conforme alla dottrina di Pitisco, prop. 23. della Trigon. per la 47 prop. del 1 d'Euclide, per la qual cosa se il lato della data figura si facci raggio, cioè trà li punti 60. 60 si stabilischi, sarà quel lato omologo della figura simile duplicata, ma se il lato ora ritrovato si collochi trà il 60. 60 l'intervallo 90. 90 sarà il lato della figura quadrupla a quella prima e così conseguentemente ritroverai il lato dell'ottupla sedici volte maggiore ec. della figura. Il contrario si fà, quando le figure si constituiscono in proporzione subdupla. All'ora perciocchè il lato della figura diminuirsi si stabilisce frà il 90.

90, e darà l'intervallo 60. 60 lato della figura subduplá.

7. Data una linea retta segarla nella proporzione ch' abbia il mezzo, e due estremi. Perciocchè il lato del decangolo inscritto nel cerchio è maggior segmento del lato del sessangolo, ovvero raggio proporzionalmente segato, come insegna Euclide lib. 9 prop. 13 è Pappo lib. 5 Teorema 24, ed il Campano alla 3 proposizione del 14 libro. Per la qual cosa, colloca la data linea transversalmente frà il 60. 60 come lato del sessangolo; e così lasciato l'instrumento senza moverlo, prendasi l'intervallo 36. 36 ch'è lato del decangolo: e perciò segmento maggiore della linea proporzionalmente segata; ma il minore, si conosce con la sottrazione del maggiore è questa Fabbrica di segamento proporzionale, hà forza maravigliosa, nelle ascrizioni de corpi solidi ordinati; laonde particolari misteri delle cose celesti si ritrovano; in guisa che non senza ragione Luca Paciolo nel libro, ch' egli hà di questa materia composto quella l'hà chiamato divina.

8. Investigar la quantità dell' angolo, quale contengono i lati distesi dell' Instrumento: Prendasi con il compasso l'intervallo transversale 60. 60, ed il medesimo si stabilischi direttamente in una delle linee delle Corde: avvenga che li gradi inclusi direttamente trà quell' intervallo, dimostrano la grandezza dell' angolo proposto; ma l'uso di questa proposizione non si puol dire quanto sia grande. Imperocchè con l'ajuto di essa si risolvono tutti li Problemi tanto Geometrici, quanto Astronomici, li quali possono risolversi col quadrante, ò con il Raggio di Gemma Frisio; Alla qual cosa si devono far trè mire, una delle quali deve conficcarsi al centro dell' Instrumento, gli altri due all' estremità della linea dell' una, e l'altra corda s'appoggino.

9. Mover il compasso all' apertura d'un' angolo addimandato. Egli è in una certa maniera il converso, dell' antecedente. Imperocchè si prendono li gradi addimandati direttamente, e si collocano transversalmente frà il 60. 60, e si averà l'angolo cercato.

L'uso

L'uso della Linea delli Corpi inscrittibili nella medesima sfera.

1. DAto il diametro della Sfera ritrovar i lati de cinque corpi regolari inscrittibili nella medesima Sfera. Statuiscasi il Diametro della Sfera dato frà S. S, e non mossa questa apertura dell' Instrumento si prendino di là i lati transversalmente. Avvenga che P. P darà il lato della Piramide O. O dell' Ottaedro, C. C del Cubo I. I dell' Icosaedro D. D del Dodecaedro, ed all' incontro, se farà il bisogno.

2 Dato il lato di qualunque corpo regolare; Ritrovar il diametro della Sfera, che sia circonscrittibile al medesimo; Stabiliscasi transversalmente il dato lato trà li punti convenevoli al dato corpo, e l'instrumento non mosso presa la distanza S. S somministrarà il dimandato diametro.

Potrebbe parer superflua questa linea; posciachè per la linea Geometrica, e Poligrafica, possino risolversi i medesimi Problemi. Perocchè il diametro della Sfera è in potenza sesquialtero, al lato del Tetraedro; doppio dell' Ottaedro; triplo del Cubo; Inoltre il segmento maggiore del lato del Cubo segato secondo la proporzione, che abbia il mezzo, e due estremi, è lato del Dodecaedro; ed il medesimo cerchio contiene il pentagono del Dodecaedro, ed il Triangolo dell' Icosaedro; Nulladimeno, perchè la linea Geometrica, e Poligrafica, non si cercano queste cose, salvo che con lunghezza; ma quì si hanno direttamente; perciò questa linea puol ritenersi.

Uso della linea, delli Corpi eguagliati; sia fatto lecito il chiamarla Cubatrice. Possiamo con questa.

1. CUbar la Sfera, e corpi regolari, e con mutar i medesimi frà di loro. Sendo tù per constituir un cubo eguale ad una sfera data, il di lei diametro preso con il compasso transversalmente, stabiliscilo frà S. S, e lasciato l'instrumento immobile, prendi la distanza delli punti C. C, la quale è lato del cubo eguale alla data Sfera. Non altrimente, se tù desideri il lato

della

della Piramide, ovvero d'altro solido regolare, eguale alla medesima Sfera, prendi la distanza de punti convenevoli al corpo addimandato; Avvengachè quello sarà il lato del corpo cercato eguale alla data Sfera.

Inoltre piacendo all'incontro ritrovar la Sfera eguale al corpo, ò ad altro qualsivoglia corpo regolare, il lato del dato corpo preso con il compasso si stabilisca, frà li punti del medesimo corpo; e lasciando l'instrumento così immobile, prendasi la distanza *S. S*, la quale è diametro della Sfera eguale al dato corpo.

Finalmente in questa guisa si ritroverà il lato di qualunque corpo regolare eguale à qualunque altro corpo proposto: Come l'Ottaedro eguale al dato Icossaedro si constituirà se il lato dell'Icossaedro proposto si stabilisca trà i punti *I. I*, e non variato punto il sito dell' instrumento, si prenda l'intervallo delli punti *O. O*, che sarà il lato dell'Ottaedro proposto à cercare.

2. Proposti diversi corpi regolari, constituirne qualcheduno a tutti quelli eguali. La risoluzione di questo Problema dipende sì dal precedente, come dal problema 17. dell'Autore. Imperocchè se per cagione d'esempio si proponessero questi corpi Piramide, Tetraedro, Sfera, e si dimandarebbe un Cubo il quale solo abbracciasse la solidità di tutti quelli: Da principio per il Problema precedente devono separatamente ritrovarsi trè Cubi, eguali alli sudetti trè corpi. Poi per il Problema 17 dell'Autore deve constituirsi un Cubo solo eguale à questi trè.

IL FINE.







